Úlohy 1. kola 54. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Dopravní nehoda

Při rekonstrukci dopravní nehody na železničním přejezdu bylo zjištěno: Rychlík pohybující se rychlostí $33{,}6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ začal intenzivně brzdit stálou silou ve vzdálenosti 340 m před překážkou na přejezdu. V čase 5,0 s po začátku brzdění byl vlak ve vzdálenosti 192 m před překážkou. Obě vzdálenosti jsou měřeny od předku lokomotivy.

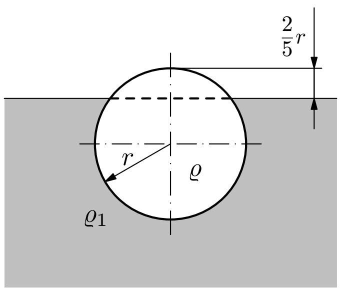
a) Určete velikost zrychlení vlaku.
b) Určete čas měřený od začátku brzdění, v němž došlo k nárazu do překážky.
c) Sestrojte graf závislosti dráhy na čase v časovém intervalu od okamžiku začátku brzdění do času 30 s. V grafu vyznačte čas a dráhu v okamžiku nárazu a v okamžiku zastavení vlaku.

Předpokládejme, že náraz nijak neovlivnil pohyb rychlíku, tedy velikost zrychlení byla konstantní až do úplného zastavení vlaku.

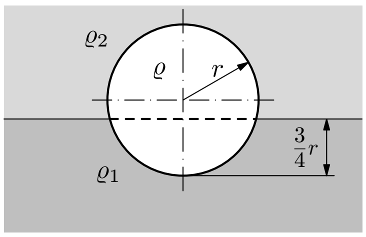
2. Plovoucí váleček

a) Homogenní váleček, jehož průměr je menší než jeho výška, byl položen na hladinu vody o hustotě $\varrho_1 = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ v široké kádince tak, že jeho podélná osa je rovnoběžná s hladinou. Nad hladinu přitom vyčnívají $\frac{2}{5}$ poloměru válečku (obr. 1). Určete hustotu materiálu válečku.
b) Na hladinu vody pak opatrně nalijeme další kapalinu, která se s vodou nemísí, o hustotě $\varrho_2 < \varrho_1$ tak, aby váleček byl zcela pod její hladinou. Rozhraní obou kapalin se nyní nachází ve výšce $\frac{3}{4}$ poloměru od nejnižšího bodu válečku (obr. 2). Určete hustotu ϱ_2 přilité kapaliny.

Řešte nejprve obecně, potom pro dané hodnoty.



Obr. 1



Obr. 2

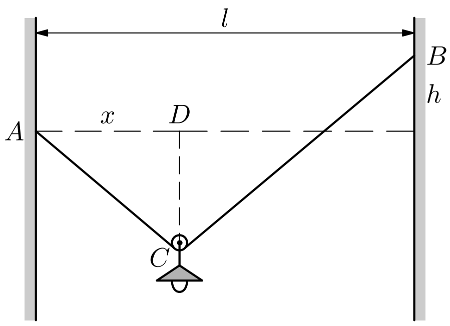
3. Zavěšení lampy

Nad ulicí mezi domy, která má šířku $l = 10$ m, chceme zavěsit lampu o hmotnosti $m = 15$ kg na ocelovém lanku délky $L = 13$ m upevněném v protilehlých bodech A a B, přičemž bod B je o $h = 2$ m výše než bod A.

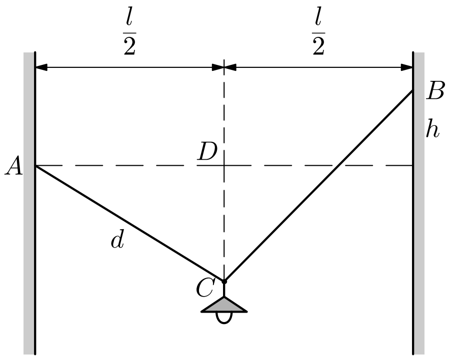
a) V jaké vzdálenosti x od stěny s bodem A se bude lampa nacházet, zavěsíme-li ji pomocí malé kladky, která sjede do nejnižšího bodu (obr. 3)?

b) V jaké vzdálenosti d od bodu A musíme lampu připevnit k lanku, aby se nacházela uprostřed mezi domy (obr. 4)?

V obou případech určete velikosti sil, kterými bude lanko působit v bodech A a B. Úlohu a) včetně velikosti sil řešte obecně i číselně, v úloze b) stačí konečné řešení číselné. Hmotnost lanka je v porovnání s hmotností lampy zanedbatelná.



Obr. 3



Obr. 4

4. Automobil

Automobil Felicia o hmotnosti 1 600 kg jede za bezvětří po vodorovné silnici rychlostí 90 km · h^{-1}. Průměr kol automobilu je 65 cm, maximální výkon motoru automobilu udávaný výrobcem je 40 kW. Při pohybu působí na automobil odporová síla prostředí daná vztahem $F = \frac{1}{2}C\varrho Sv^2$, kde $C = 0{,}35$, $S = 2{,}4\ \mathrm{m}^2$ a valivý odpor. Tření v ložiskách kol neuvažujte.

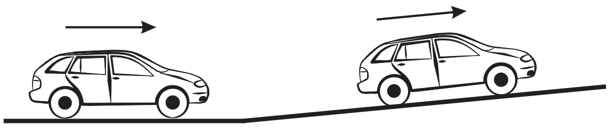
a) Určete tahovou sílu a výkon motoru automobilu: 1. v zimě, když má automobil na disky kola nasazeny zimní pláště s ramenem valivého odporu $\xi = 0{,}003$ m a $\varrho = 1{,}22\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; 2. v létě, když má automobil nasazeny na disky letní pláště $\xi = 0{,}001\,6$ m a $\varrho = 1{,}02\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

b) Je z technického hlediska možné, aby automobil za podmínek uvedených v a) jel po vodorovné silnici rychlostí 150 km · h^{-1} v zimě i v létě?

c) Po určité době jízdy se ráz silnice změní a vodorovná silnice přechází ve svah o stoupání 4 %. Automobil pokračuje dál ve své jízdě rychlostí 90 km · h^{-1}. Určete tažnou sílu a výkon motoru automobilu při jízdě do tohoto kopce, jede-li rovnoměrným pohybem.

d) Aby řidič snížil spotřebu při jízdě v létě, rozhodl se vyměnit původní letní pláště za kvalitnější, čímž došlo ke snížení valivého odporu o 10 % původního. Určete, jak se změní rameno valivého odporu po této výměně a jak tato výměna plášťů ovlivní spotřebu benzinu v létě při jízdě po rovině vzhledem k původnímu stavu.

Obr. 5



5. U-trubice

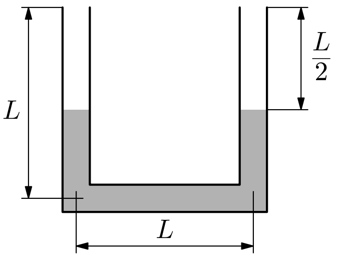
Trubice tvaru písmene U má stejně dlouhá ramena délky $L = 20$ cm o stejném průřezu $S = 0{,}50$ cm^2. Trubice je do poloviny výšky naplněna rtutí (obr. 6). Pravé rameno trubice nahoře uzavřeme a levé rameno za stálé teploty 20 °C doplníme rtutí až po okraj (obr. 7).

a) Jaká bude výška x vzduchového sloupce v pravém rameni?

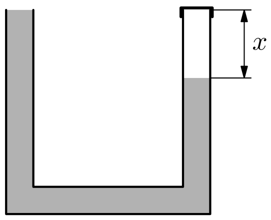
b) Jaká bude výška y vzduchového sloupce v pravém rameni, když se teplota trubice zvýší z 20 °C na 80 °C?

c) Určete hmotnost rtuti, která při tomto zvýšení teploty z trubice vyteče.

Teplotní roztažnost skla a kapilární jevy můžeme zanedbat. Atmosférický tlak $p_{\mathrm{a}} = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa. Hustota rtuti při 20 °C je $\varrho_1 = 13\,546$ kg · m^{-3}. Teplotní součinitel objemové roztažnosti rtuti $\beta = 0{,}20 \cdot 10^{-3}$ K^{-1}.



Obr. 6



Obr. 7

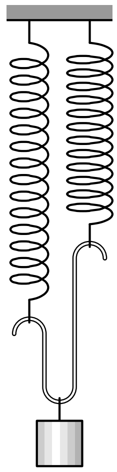
6. *Praktická úloha:* **Určení výsledné tuhosti dvou pružin spojených paralelně a sériově**

Pomůcky: 2 pružiny o různé tuhosti, několik větších závaží s háčky, váhy a sada závaží, stopky, kousek drátu.

Teorie: Mechanický oscilátor tvořený pružinou o tuhosti k a hmotnosti m_0, na které je zavěšeno těleso o hmotnosti m, kmitá s periodou

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \dfrac{m_0}{3}}{k}}\,. \tag{1}$$

Úkoly:



Obr. 8

a) Na dvě různé pružiny zavěšujte postupně závaží o různé hmotnosti a změřte periody kmitání takto získaných oscilátorů. Užitím vztahu (1) určete experimentálně tuhosti obou pružin.
b) S použitím výsledků získaných v úkolu a) určete teoreticky výslednou tuhost obou pružin, jsou-li spojeny: 1) sériově, 2) paralelně.
c) Na obě pružiny spojené 1) sériově, 2) paralelně zavěšujte různá závaží a stejným způsobem jako v úkolu a) určete experimentálně výslednou tuhost spojených pružin. Získané hodnoty porovnejte s výsledky výpočtů v úkolu b).

Poznámka k provedení: Na paralelně spojené pružiny zavěšujte závaží pomocí delšího dvojitého háčku, který si zhotovíte z kousku drátu (obr. 8). Tím dosáhnete, že obě pružiny budou deformovány stejně. Jsou-li délky nezatížených pružin různé, připravíme dvojháček nesymetrický. Hmotnost dvojháčku přičtěte k hmotnosti závaží.

7. Kruhový děj

Hélium o látkovém množství n se nachází ve stavu p_0, V_0 a T_0 v uzavřené nádobě s pohyblivým pístem. Tento plyn se nejprve rozpíná za stálého tlaku, až jeho objem dosáhne čtyřnásobku původního objemu (stav 1), pak se tento plyn ochladí tak (stav 2), aby následujícím adiabatickým stlačením dosáhl původního stavu.

a) Vyjádřete tlak, teplotu a objem ve stavech 1 a 2 pomocí počátečních veličin p_0, V_0, T_0.
b) Načrtněte ve vhodném měřítku tento děj do p-V diagramu.
c) Určete účinnost tohoto kruhového děje.

Poissonova konstanta je $\varkappa = \dfrac{5}{3}$.