Úlohy 1. kola 54. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Trestný kop

Fotbalista kope trestný kop ze vzdálenosti $d = 25$ m a chce zasáhnout místo, které je ve výšce $h = 2{,}40$ m nad zemí.

a) Jakou nejmenší rychlost musí udělit míči, aby vybrané místo zasáhl? Jaký přitom musí zvolit elevační úhel a jaká bude doba letu míče?

b) Pod jakým úhlem musí míč kopnout, aby vybrané místo zasáhl při počáteční rychlosti míče $v_0 = 18\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a aby přitom doba letu míče byla co nejkratší?

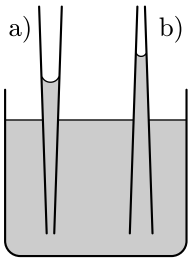
Rozměry míče a odpor prostředí zanedbejte.

2. Kapilární trubice

Kapilární trubice, jejíž vnitřní průměr se plynule mění tak, že vnitřní stěna kapiláry tvoří kuželovou plochu s vrcholovým úhlem $2\alpha = 0{,}4°$, je ponořena do kapaliny o hustotě ϱ a povrchovém napětí σ tak, aby v úrovni okolní hladiny byl poloměr kapiláry $r_0 = 0{,}30$ mm. Jakou výšku h zaujme hladina kapaliny v kapiláře, je-li ponořena svisle

a) užším koncem dole (obr. 1a),

b) užším koncem nahoře (obr. 1b)?



Obr. 1

Řešte nejprve obecně, pak pro vodu o hustotě $\varrho_1 = 1\,000\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ a povrchovém napětí $\sigma_1 = 73\cdot 10^{-3}\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$ a líh o hustotě $\varrho_2 = 790\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ a povrchovém napětí $\sigma_2 = 22\cdot 10^{-3}\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$. Předpokládejte, že obě kapaliny stěny kapiláry dokonale smáčí.

3. Dopplerův jev

Nepohyblivý pozorovatel vnímá zvukové vlny z přibližujícího se zdroje zvuku v rychlejším sledu než zvukové vlny ze vzdalujícího se zdroje. Jev popsal v roce 1842 *Christiaan Doppler* a podle svého objevitele nese název Dopplerův jev. Vyhledejte na internetu, v Tabulkách nebo v jiné literatuře příslušný vzorec a řešte následující úlohy:

a) Policista s absolutním hudebním sluchem zaznamenal, že výška tónu motocyklu během průjezdu se zmenšila přesně o jednu malou tercii, což odpovídá v přirozeném ladění poměru frekvencí 6 : 5. Určete velikost rychlosti motocyklu.

b) Při tréninku F1 mikrofon umístěný v bezprostřední blízkosti vozovky dlouhého rovinného úseku snímal zvuk vozu projíždějícího rychlostí 306 km/h. O kolik půltónů se v temperovaném ladění snížila výška zvuku motoru během průjezdu kolem mikrofonu?

Výškový interval jedné oktávy se skládá z 12 půltónových intervalů, tj. obsahuje třináct tónů s frekvencemi f_0 až f_{12}, přičemž poměr krajních frekvencí je $f_{12} : f_0 = 2 : 1$. Frekvence jednotlivých tónů tvoří v temperovaném ladění geometrickou posloupnost. Obě úlohy řešte za bezvětří při teplotě 24 °C, kdy rychlost zvuku ve vzduchu je 346 m/s.

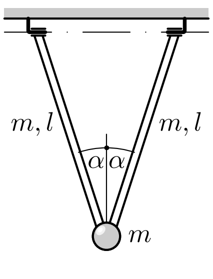
4. Kyvadlo

Těleso zanedbatelných rozměrů o hmotnosti m je upevněno na konci dvou spojených tyčí, které navzájem svírají úhel 2α, každá z nich má také hmotnost m a jejich délka je l. Konce tyčí jsou upevněny na závěsu, který umožňuje kývání kolem osy, procházející jejich koncovými body. Budeme předpokládat, že amplituda kmitů je malá.

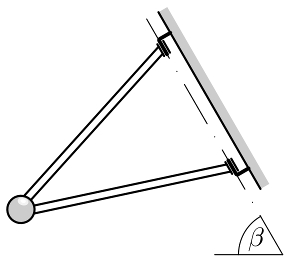
a) Jaká bude doba kmitu tohoto kyvadla, je-li osa vodorovná (obr. 2)?

b) S jakou dobou kmitu bude toto kyvadlo kmitat, bude-li osa, na níž jsou tyče zavěšeny, svírat s vodorovnou rovinou úhel $\beta < 90°$ (obr. 3)?

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $\alpha = 20°$, $\beta = 60°$, $l = 20$ cm.



Obr. 2



Obr. 3

5. Rezistory

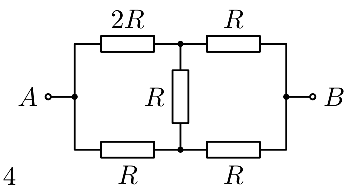
Na obr. 4 je znázorněno zapojení 5 rezistorů o odporech R, resp. $2R$. Po určité době provozu dojde k přepálení jednoho z těchto rezistorů, což způsobí změnu celkového odporu mezi body A a B.

a) Určete odpor mezi body A a B pro všechny možné situace, které mohou nastat.

b) Na základě řešení části a) stanovte, který z rezistorů je poškozen, jestliže je celkový odpor obvodu 1. co nejmenší, 2. co největší.

c) Určete, jaký byl odpor R_{AB} obvodu, než došlo k poškození rezistoru.

d) O kolik procent se může celkový odpor obvodu přepálením jednoho rezistoru změnit 1. nejméně, 2. nejvíce.



Obr. 4

6. *Praktická úloha:* **Skákání pružného míčku**

Úkoly:

a) Stáhněte si po internetu z adresy `http://audacity.sourceforge.net/` volně dostupný program AUDACITY, nainstalujte jej do počítače vybaveného mikrofonem a seznamte se v potřebném rozsahu s jeho ovládáním.

b) Nahrajte zvuky, které vzniknou při skákání pingpongového míčku nebo hopíku puštěného z výšky asi půl metru na podlahu.

c) Ze záznamu určete časy t_1 až t_{11}, ve kterých došlo k prvním 11 odrazům míčku od podlahy, a zapište je do tabulky v Excelu, ve kterém provedete následující výpočty.

odraz	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
t/s											
τ/s											—
h/m											—
τ_{i+1}/τ_i										průměr	
										směrodatná odchylka	

d) Vypočítejte doby trvání $\tau_i = t_{i+1} - t_i$ jednotlivých poskoků a ověřte, že tvoří geometrickou posloupnost. Určete její kvocient q.

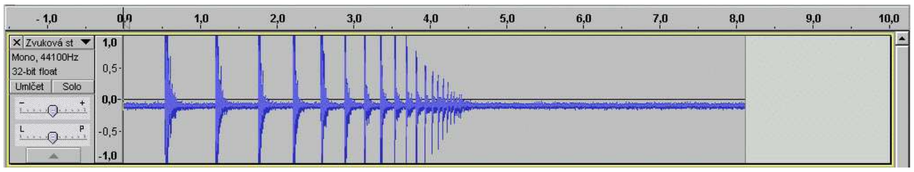
e) Z doby trvání prvního poskoku τ_1 a kvocientu q vypočítejte celkovou dobu poskakování míčku jako součet nekonečné geometrické řady a porovnejte ji s dobou odečtenou ze záznamu.

f) Zdůvodněte, proč kvocient q je roven *koeficientu restituce*, který je definován jako poměr rychlosti po odrazu ku rychlosti při dopadu.

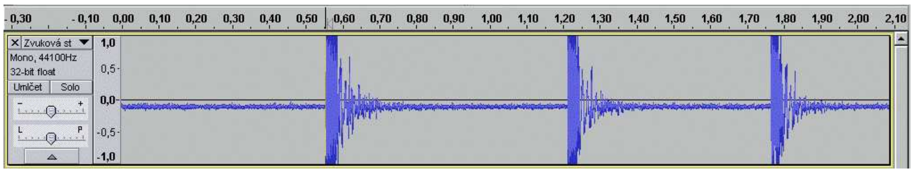
g) Vypočítejte výšky jednotlivých poskoků a sestrojte graf jejich závislosti na pořadí odrazu.

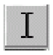
Poznámky k provedení záznamu:

Záznam zvuku spusťte tlačítkem *Record*  a ukončete tlačítkem *Stop* . Měli byste získat podobný průběh:



Pomocí nástroje *Lupa*  roztáhneme graf ve vodorovném směru:



Tlačítkem *Výběr*  upravíme kurzor a umístíme jej na záznam prvního odrazu. Po kliknutí se v dolní části obrazovky objeví příslušný čas. Stejně určíme i časy dalších odrazů.

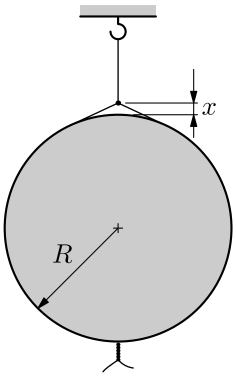
7. Zavěšený disk

Okolo válcového disku o poloměru $R = 20$ cm a hmotnosti $m = 2$ kg opatřeného po obvodu jemnou drážkou byl těsně ovinut ocelový drát o průměru $d = 0{,}60$ mm, pod drát byla provléknuta nit a disk byl zavěšen na háček (obr. 5). Ocel, ze které je vyroben drát, má modul pružnosti v tahu $E = 220$ GPa a mez úměrnosti 300 MPa. Za předpokladu, že normálové napětí drátu před zavěšením disku bylo zanedbatelné, určete

a) vzdálenost x bodu upevnění nitě od obvodu disku,

b) normálové napětí drátu po zavěšení disku,

c) délku té části drátu, která se nedotýká disku.



Obr. 5

Tření mezi drátem a diskem se během deformace drátu neuplatní.

Při řešení využijte aproximace goniometrických funkcí $\sin\alpha \approx \alpha$, $\operatorname{tg}\alpha \approx \alpha + \dfrac{\alpha^3}{3}$.