**Úlohy 1. kola 53. ročníku fyzikální olympiády.** *Kategorie D*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

## 1. Posunování

Posunovací lokomotiva se na nádraží rozjížděla z klidu rovnoměrně zrychleným pohybem a za dobu 8,0 s urazila dráhu 24 m. Za dalších 5,0 s se velikost její rychlosti rovnoměrně zvětšila o $2{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Po rovnoměrném pohybu trvajícím 20 s začala brzdit se stálým zrychlením $0{,}50\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ až do úplného zastavení.

a) Určete velikosti $a_1$, $a_2$ zrychlení na prvním a druhém úseku.

b) Sestrojte graf závislosti rychlosti na čase během celého pohybu.

c) Z grafu určete celkovou uraženou dráhu a vypočtěte průměrnou rychlost lokomotivy.

## 2. Skateboard ve vlaku

Vlak se pohybuje po vodorovných přímých kolejích rychlostí o velikosti $v_1 = 20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Přesně ve středu jednoho z vagónů, ve vzdálenosti $d = 8{,}0$ m od přední i zadní stěny, stojí chlapec na skateboardu. Podélná osa skateboardu je rovnoběžná se směrem kolejí, celková hmotnost chlapce se skateboardem je $m = 48$ kg. V určitém okamžiku začne vlak zrychlovat se zrychlením o velikosti $a = 0{,}75\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Proti pohybu skateboardu působí síla valivého odporu o velikosti $F_\mathrm{v} = \frac{1}{30}mg$.

a) Určete velikost a směr setrvačné síly působící na chlapce se skateboardem během zrychlování vlaku.

b) Určete velikost $a'$ zrychlení chlapce vzhledem k vagónu.

c) Určete dráhu $s$ vagónu během pohybu chlapce ve vagónu.

d) Určete bezprostředně před nárazem chlapce na stěnu vagónu velikost $v'$ vzájemné rychlosti chlapce a vagónu.

e) Určete velikost $a_\mathrm{max}$ maximálního zrychlení vlaku, při němž by se chlapec na skateboardu nerozjel.

## 3. Srážka vagónů

Po přímých vodorovných kolejích jedou proti sobě dva vagóny, oba mají stejnou kinetickou energii. První má hmotnost $m_1 = 18$ t a velikost rychlosti $v_1 = 2{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, druhý má hmotnost $m_2 = 32$ t. Po srážce se vagóny automaticky spojí.

a) Určete velikost $v_2$ rychlosti druhého vagónu.

b) Určete směr pohybu soupravy po srážce a velikost $v$ rychlosti.

c) Určete poměr $\dfrac{E'_\mathrm{k}}{E_\mathrm{k}}$, kde $E'_\mathrm{k}$ je kinetická energie soupravy po srážce a $E_\mathrm{k}$ celková kinetická energie obou vagónů před srážkou.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

**4. Zvedání řetězu**

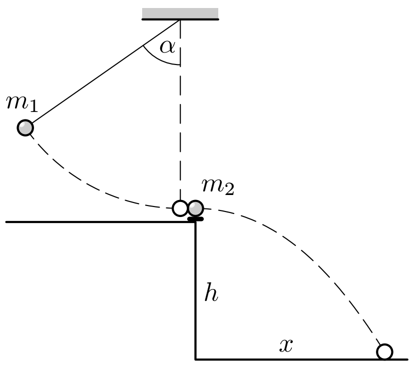
Na zemi u zdi domu ležel řetěz délky $l = 20$ m o hmotnosti $m = 30$ kg. Krajní část řetězu délky $l_1 = 6$ m byla zamotána do uzlu. Celý řetěz bylo třeba dopravit na plochou střechu domu ve výšce $h = 12$ m nad zemí. Adam spustil ze střechy provázek, jeho kamarád přivázal na provázek volný konec řetězu. Adam pak celý řetěz rovnoměrným pohybem za čas $t = 65$ s vytáhl nahoru.

a) Sestrojte graf závislosti velikosti síly na dráze, po které Adam působil.
b) Pomocí obsahu plochy pod grafem vypočtěte práci $W$, kterou Adam vytažením řetězu vykonal, a porovnejte ji s potenciální energií $E_\mathrm{p}$ řetězu na střeše.
c) Určete průměrný výkon $P$ Adama při vytahování řetězu a velikost $v$ rychlosti pohybu řetězu vzhůru.

Při řešení zanedbejte sílu, která souvisí s uvedením uzlu a jednotlivých článků řetězu do pohybu a s jejich zastavením.

**5. Srážka kuliček**

Kulička o hmotnosti $m_1$ zavěšená na tenkém vláknu délky $l$ se dotýká druhé kuličky o hmotnosti $m_2$ položené na kraji stolu ve výšce $h$ nad podlahou (obr. 1). První kuličku vychýlíme při napnutém vláknu o úhel $\alpha$ a pustíme. Při dosažení nejnižší polohy narazí do druhé kuličky, přičemž srážku považujeme za středovou a dokonale pružnou.



Obr. 1

a) Jaký úhel $\beta$ svírá vlákno se svislým směrem v okamžiku, kdy první kulička dosáhne po srážce své nejvyšší polohy?
b) V jaké vodorovné vzdálenosti $x$ od okraje stolu dopadne druhá kulička na podlahu?

Úlohu řešte obecně a potom pro hodnoty: $h = 90$ cm, $l = 80$ cm, $\alpha = 60°$ a pro tři různé poměry hmotností $m_1/m_2 = 2;\ 1;\ 1/2$.

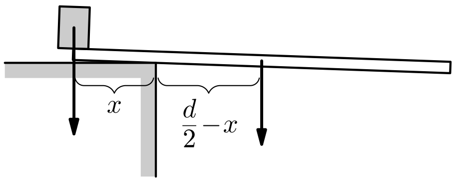
**6.** *Praktická úloha:* **Měření hmotnosti**

*Teorie:* Tyč obdélníkového průřezu o hmotnosti $m_0$, na jejíž jeden konec položíme závaží o hmotnosti $m_\mathrm{z}$, vysuneme co nejvíce přes hranu stolu tak, aby se ještě nepřevrátila. Závaží můžeme mít nad stolem (obr. 2a) nebo mimo stůl (obr. 2b). Ze známé hmotnosti $m_\mathrm{z}$ závaží, známé vzdálenosti $x$ a známé délky $d$ tyče lze vypočítat hmotnost tyče ze vztahu

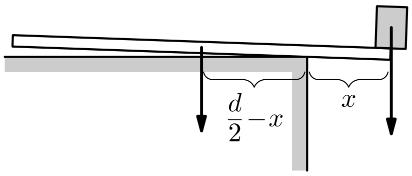
$$m_0 = \frac{2x}{d - 2x} m_\mathrm{z}. \tag{1}$$

Nahradíme-li závaží tělesem o neznámé hmotnosti $m$, pak ze známé hmotnosti $m_0$ tyče, známé vzdálenosti $x$ a známé délky $d$ tyče lze vypočítat hmotnost tělesa ze vztahu

$$m = \frac{d - 2x}{2x} m_0. \tag{2}$$




Obr. 2a




Obr. 2b

*Úkol:* Změřte popsanou metodou hmotnost tyče a hmotnosti aspoň dvou těles.

*Pomůcky:* tyč délky aspoň 1 m, délkové měřidlo (např. svinovací metr), sada závaží, tělesa neznámé hmotnosti, technické váhy.

*Postup:*

a) Odvoďte vztahy (1) a (2).

b) Změřte délku $d$ tyče. Na konce tyče je možné přilepit kousek kartonu zanedbatelné hmotnosti s malým přesahem, aby těžiště závaží, resp. tělesa, bylo umístěno nad příčnou hranou tyče. Poté položte tyč na vodorovnou desku stolu kolmo k ostré hraně desky, umístěte na levý konec tyče závaží známé hmotnosti a posunováním tyče přes hranu desky tyč vyvažte. Do tabulky zapište hmotnost $m_\mathrm{z}$ závaží a příslušnou vzdálenost $x$. Podle vzorce (1) pak vypočtěte hmotnost $m_0$ tyče. Totéž proveďte se stejným závažím umístěným na opačném konci tyče. Měření proveďte se třemi dalšími závažími, která střídavě umísťujte na levý a pravý konec tyče. Poté vypočtěte průměrnou hmotnost tyče. Hmotnosti závaží v tabulce jsou pouze orientační, volte si je sami podle okolností.

c) Popsaným postupem zjistěte hmotnost aspoň dvou různých těles. Použijte vzorec (2), v němž $m_0$ je hmotnost tyče určená předchozím měřením. Výsledky zapište do tabulky a vypočtěte aritmetický průměr.

d) Hmotnosti tyče a těles určete též na technických vahách a výsledky porovnejte s výsledky provedené metody.

| Číslo měření | $\frac{m_z}{\mathrm{g}}$ | $\frac{x}{\mathrm{cm}}$ | $\frac{m_0}{\mathrm{g}}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 500 | | |
| 2 | 500 | | |
| 3 | 200 | | |
| 4 | 200 | | |
| 5 | 100 | | |
| 6 | 100 | | |
| 7 | 50 | | |
| 8 | 50 | | |
| Hmotnost tyče (aritmetický průměr) | | | |

| Číslo měření | $\frac{m_0}{\mathrm{g}}$ | $\frac{x}{\mathrm{cm}}$ | $\frac{m}{\mathrm{g}}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| Hmotnost 1. tělesa (aritmetický průměr) | | | |

| Číslo měření | $\frac{m_0}{\mathrm{g}}$ | $\frac{x}{\mathrm{cm}}$ | $\frac{m}{\mathrm{g}}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| Hmotnost 2. tělesa (aritmetický průměr) | | | |

## 7. Jízda na kolotoči

Kolotoč tvoří vodorovná kruhová deska s upevněnými modely zvířat se sedačkami. Na kolotoči se točí dva kamarádi, Tomáš a Jan. Tomáš sedí na koni ve vzdálenosti $r_1 = 3{,}2$ m od osy otáčení, Jan na velbloudu ve vzdálenosti $r_2 = 2{,}4$ m od osy otáčení. Kolotoč se otáčí rovnoměrně, doba jedné otáčky je $T = 7{,}0$ s.

a) Určete obvodové rychlosti $v_1$, $v_2$ a úhlové rychlosti $\omega_1$, $\omega_2$ Tomáše a Jana.

b) Během zastavování rovnoměrně zpomaleným pohybem kolotoč vykonal přesně 2,5 otáčky. Určete dobu $t_0$, za kterou se kolotoč zastavil.

c) Určete velikosti $a_{\mathrm{d}1}$, $a_{\mathrm{d}2}$ dostředivých zrychlení Tomáše a Jana během rovnoměrného otáčivého pohybu a velikosti $a_1$, $a_2$ jejich tečných zrychlení během zastavování.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.