Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

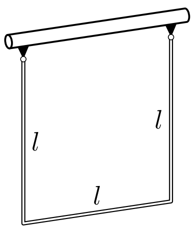
Teoretické úlohy celostátního kola 53. ročníku FO

Pardubice 2012

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Elektromagnetická indukce v pravoúhlém rámečku

Pravoúhlý rámeček složený ze tří stejných vodičů délky l je zavěšen na vodorovné nevodivé tyči (obr. 1) v prostoru homogenního magnetického pole s magnetickou indukcí $\boldsymbol{B}$. Rámeček vychýlíme do vodorovné polohy a uvolníme.



Obr. 1

a) Určete maximální úhlovou rychlost pohybu.

b) Určete maximální velikost indukovaného napětí mezi závěsy, má-li magnetická indukce $\boldsymbol{B}$ 1) svislý směr, 2) směr osy otáčení, 3) vodorovný směr kolmý k ose otáčení.

Řešte obecně, všechny číselné koeficienty vyjádřete přesně. Odpor vzduchu považujte za zanedbatelný. Moment setrvačnosti tenké homogenní tyče o hmotnosti m a délce l vzhledem k příčné ose otáčení procházející těžištěm je

$$J_0 = \frac{1}{12} m l^2.$$

2. Kondenzátor a rezistor

Kondenzátorem připojeným ke zdroji střídavého harmonického napětí procházel proud I_1 (obr. 2a). Jestliže byl tentýž kondenzátor připojen sériově s rezistorem, procházel obvodem proud I_2 (obr. 2b).

a) Porovnejte rezistanci R rezistoru s kapacitancí X_C kondenzátoru.

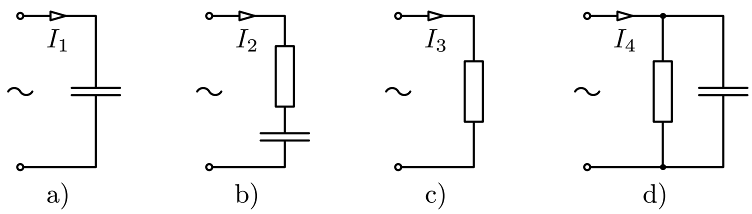
b) Jaké bylo fázové posunutí svorkového napětí oproti proudu I_2?

c) Jaký proud I_3 by procházel obvodem, kdybychom ke zdroji připojili samotný rezistor (obr. 2c) ?

d) Jaký celkový proud I_4 by procházel obvodem, kdybychom kondenzátor a rezistor připojili paralelně (obr. 2d)?

e) Jaké by bylo fázové posunutí svorkového napětí oproti proudu I_4?

Vnitřní odpor zdroje je zanedbatelný, ve všech případech je tedy jeho svorkové napětí stejné. Řešte obecně, pak pro hodnoty $I_1 = 50$ mA, $I_2 = 40$ mA.



Obr. 2

3. Vibrátor mobilního telefonu

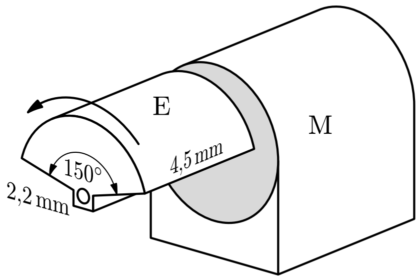
Vibrátor mobilního telefonu (obr. 3) je tvořen miniaturním motorkem M, na jehož ose je nasazen excentr E ve tvaru válcové výseče o poloměru $r = 2{,}2$ mm, výšce $h = 4{,}5$ mm a středovém úhlu $2\alpha = 150°$ vyrobený z kovu o hustotě $\varrho = 8\,300 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Motorek se otáčí s frekvencí $f = 130$ Hz. Těžiště válcové výseče se nachází ve vzdálenosti

$$d = \frac{2r\sin\alpha}{3\alpha} \tag{1}$$

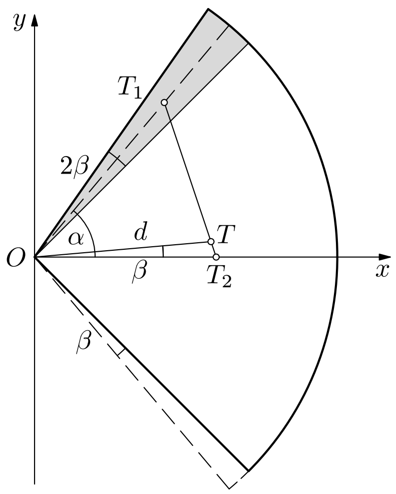
od osy motorku.

a) Odvoďte vzorec (1). Můžete k tomu využít obr. 4, kde je válcová výseč otočena o malý úhel β ze základní polohy symetrické podle osy x. V pootočené poloze je y-ová souřadnice těžiště $y_T = d\sin\beta$. Těleso si přitom můžeme představit rozdělené na válcovou výseč s malým středovým úhlem 2β a těžištěm T_1 ve vzdálenosti $2r/3$ od osy a na válcovou výseč se středovým úhlem $2\alpha - 2\beta$ a těžištěm T_2 na ose x.

b) Určete velikost odstředivé síly působící na rotující excentr.



Obr. 3

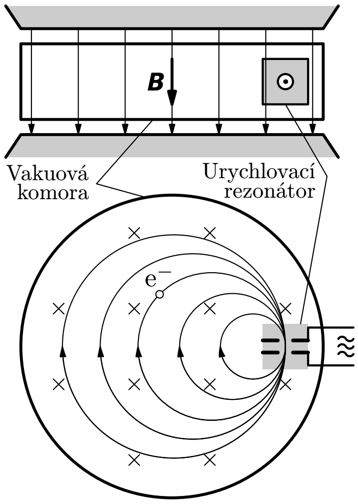


Obr. 4

4. Mikrotron

Mikrotron je urychlovač elektronů pracující na podobném principu jako cyklotron. V poli silného elektromagnetu o indukci $\boldsymbol{B}$ je umístěna plochá válcová komora, ale místo duantů je u okraje komory dutinový rezonátor, který opakovaně urychluje elektrony vysokofrekvenčním střídavým napětím. Při prvním vstupu do rezonátoru je kinetická energie elektronu zanedbatelná. Při každém průchodu rezonátorem se jeho kinetická energie zvětší o hodnotu rovnou klidové energii $E_0 = m_0c^2$ a elektron přechází na kruhovou trajektorii o větším poloměru (obr. 5). Aby elektron přišel mezi elektrody rezonátoru ve správné fázi periody vysokofrekvenčního napětí a mohl být znovu urychlen, pracuje generátor napětí s frekvencí

$$f_0 = \frac{eB}{2\pi m_0}, \qquad (2)$$



Obr. 5

kde $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg je klidová hmotnost elektronu, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C elementární náboj a $c = 3{,}0 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ rychlost světla ve vakuu.

a) Vypočítejte frekvenci generátoru, jestliže velikost vektoru magnetické indukce ve vakuové komoře je $B = 0{,}40$ T.

b) Ověřte, že při splnění podmínky (2) je na každé trajektorii elektronu doba oběhu T celočíselným násobkem periody T_0 generátoru.

c) Určete celkovou energii elektronu, poloměr trajektorie a dobu oběhu po n-tém průchodu elektronu rezonátorem. Můžete využít vztah mezi celkovou energií, klidovou energií a hybností částice $E^2 = E_0^2 + p^2c^2$.

Řešte nejprve obecně, potom pro $B = 0{,}40$ T, $n = 40$.