Úlohy 1. kola 52. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Brzdění vlaku

Vlak délky $d = 180$ m má hmotnost $m = 280$ t a pohybuje se rychlostí $v_1 = 90\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Začne brzdit a během rovnoměrně zpomaleného pohybu se zrychlením o velikosti $a = 0{,}60\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ klesne velikost rychlosti vlaku na hodnotu $v_2 = 36\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. V tomto okamžiku čelo lokomotivy vjíždí na most délky $l = 300$ m. V okamžiku, kdy konec vlaku opouští most, začne vlak zrychlovat se stálým výkonem $P = 1{,}5$ MW, až rychlost dosáhne původní velikosti rychlosti v_1.

a) Určete dobu Δt_1 brzdění.
b) Určete dráhu s uraženou během brzdění.
c) Určete dobu Δt_2 jízdy rovnoměrným pohybem.
d) Určete dobu Δt_3 zrychlování.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty.

2. Tenis

Délka tenisového hřiště, tedy vzájemná vzdálenost základních čar, je $d_1 = 23{,}78$ m. Síť má výšku $h_\mathrm{s} = 0{,}91$ m. Tenista odehrál míč ve výšce $h_0 = 1{,}40$ m nad základní čarou vodorovně kolmo k síti.

a) Míček dopadl na základní čáru soupeře. Určete velikost v_{01} počáteční rychlosti míčku, dobu letu míčku t_1 a výšku Δh míčku nad sítí.
b) Určete místo dopadu míčku v případě, že tenista odpálí míček rychlostí o velikosti $v_{02} = 30\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
c) Určete velikost minimální počáteční rychlosti v_min míčku, při níž míček dopadne do soupeřova pole.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty. Odpor vzduchu zanedbejte. Míček považujte za hmotný bod.

3. Chlazení džusu

Chlazený nápoj získáme smícháním džusu a ledu. Teplota džusu je $t_1 = 20\ ^\circ\mathrm{C}$, teplota ledu $t_2 = -18\ ^\circ\mathrm{C}$.

a) Určete hmotnost m ledu potřebnou k získání nápoje o hmotnosti $m_0 = 1{,}00$ kg a teplotě $t = 8\ ^\circ\mathrm{C}$. Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.
b) Najděte funkční závislost potřebné hmotnosti m ledu na konečné teplotě $t \in \langle 0\ ^\circ\mathrm{C}, 20\ ^\circ\mathrm{C} \rangle$ a sestrojte její graf. Potom totéž řešte pro případ počáteční teploty ledu $t_2' = 0\ ^\circ\mathrm{C}$.

c) Z grafů určete nejnižší možné konečné teploty nápoje, při nichž hmotnost ledu bude tvořit nejvýše 15 % hmotnosti nápoje.

Měrná tepelná kapacita džusu je $c_1 = 4\,180\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, měrná tepelná kapacita ledu $c_2 = 2\,100\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_\mathrm{t} = 334 \cdot 10^3\ \mathrm{J \cdot kg^{-1}}$. Tepelnou kapacitu nádoby zanedbejte.

4. Tyčinka v kádince

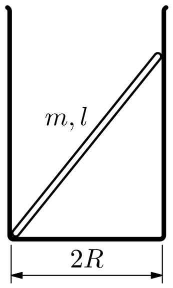
Do hladké vysoké kádinky s poloměrem $R = 4{,}0$ cm byla vložena tyčinka o hmotnosti $m = 16{,}0$ g dlouhá $l = 12{,}5$ cm.

a) Určete velikost N síly, kterou působil horní konec tyčinky na stěnu kádinky.

Pak byla do kádinky nalita voda o hustotě $\varrho_\mathrm{k} = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ do výšky $h = 8{,}0$ cm. Tyčinka zůstala ve stejné poloze a síla, kterou nyní působí na stěnu kádinky, má velikost $N_1 = 0{,}050$ N.

b) Určete hustotu ϱ materiálu tyčinky.

c) Určete velikost N_2 síly, kterou bude působit tyčinka na stěnu kádinky, když do kádinky dolejeme další vodu a celá tyčinka bude ponořena v kapalině.

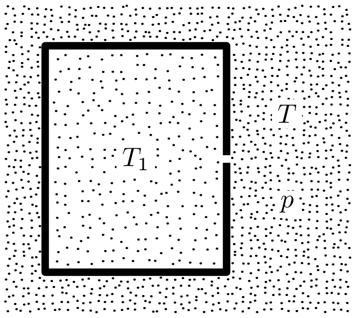


Obr. 1

Úlohu řešte nejprve obecně, pak pro zadané hodnoty. Průměr tyčinky je v porovnání s průměrem kádinky zanedbatelný, smykové tření mezi tyčinkou a stěnou kádinky je zanedbatelné.

5. Plyn ve vyhřívané nádobě

Ve zředěném dusíku je umístěna uzavřená komora opatřená ve stěně malým otvorem (obr. 2). Dusík je natolik zředěn, že střední volná dráha molekul je mnohem větší než rozměry otvoru. V okolí nádoby má plyn termodynamickou teplotu T a tlak p. Termodynamická teplota uvnitř nádoby je trvale udržována na hodnotě $T_1 = 4T$.



Obr. 2

a) Porovnejte střední kvadratické rychlosti v_k, v_k1 a hustoty N_V, N_{V1} molekul dusíku vně a uvnitř nádoby.

b) Určete tlak p_1 uvnitř nádoby.

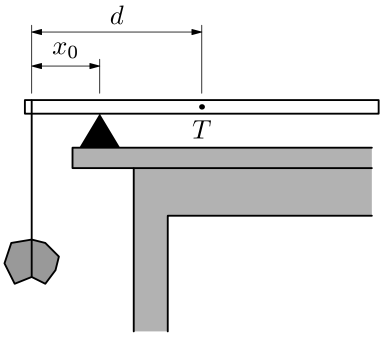
c) Porovnejte hustoty ϱ, ϱ_1 plynu vně a uvnitř nádoby.

6. *Praktická úloha:* **Měření hustoty tělesa**

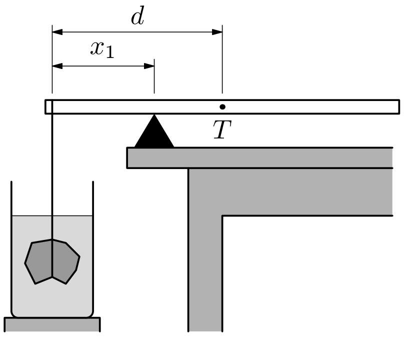
Větší křemenný oblázek zavěste na konec tyče obdélníkového průřezu o hmotnosti přibližně stejné nebo o málo menší, než je hmotnost oblázku, do vzdálenosti d od těžiště tyče, jehož polohu jste experimentálně určili a vyznačili. Na kraj stolu umístěte břit, tyč se zavěšeným tělesem na něj položte tak, aby byla vyvážená, a změřte vzdálenost x_0 břitu od bodu závěsu (obr. 3). Pak pod závěs umístěte nádobu s vodou tak, aby těleso bylo celé ponořeno a tyč posuňte, aby byla opět v rovnováze. Změřte novou vzdálenost x_1 bodu závěsu od břitu (obr. 4). Hustota ϱ tělesa je

$$\varrho = \varrho_1 \left(1 + \frac{x_0(d - x_1)}{d(x_1 - x_0)}\right), \tag{1}$$

kde ϱ_1 je hustota vody. Tu pro danou teplotu vody vyhledejte v tabulkách. (Použijte např. starší MFCh tabulky pro střední školy vydané SPN.)



Obr. 3



Obr. 4

Úkoly

a) Odvoďte vzorec (1).

b) Proveďte měření veličin d, x_0, x_1 a výpočet podle vzorce 1.

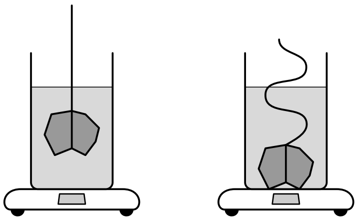
c) Odhadem můžeme stanovit směrodatnou odchylku změřených veličin jako ± 1 mm. Uvažte, jak musíme dosadit horní, resp. dolní meze změřených veličin do vzorce (1), abychom dostali horní a dolní mez vypočítané veličiny. Výpočet proveďte a zapište interval, ve kterém leží hustota měřeného tělesa.

d) Proveďte kontrolní měření podle obr. 5 a 6. Na digitální kuchyňskou váhu postavte nádobu s vodou a váhu vynulujte. Pak do nádoby zavěste měřené těleso – váha změří hmotnost m_1 vytlačené vody. Spustíte-li předmět na dno, váha změří hmotnost m tělesa. Hustota tělesa je

$$\varrho = \varrho_1 \frac{m}{m_1}.$$

Kuchyňská váha váží se směrodatnou odchylkou ± 1 g. Podobným způsobem jako v úkolu c) určete opět interval, ve kterém leží hustota tělesa. Oba intervaly porovnejte.

e) Výsledky, ke kterým jste dospěli, porovnejte s hodnotou uvedenou v tabulkách.



Obr. 5 Obr. 6

7. Automobil na dálnici

Automobil jede po dálnici, jejíž nadmořská výška se téměř nemění, stálou rychlostí. Při jízdě motor automobilu překonává odporovou sílu vzduchu; ostatní odporové síly považujte vzhledem k velikosti odporové síly vzduchu za zanedbatelné. Čelní příčný řez automobilu má obsah 2,4 m^2, hustota okolního vzduchu je 1,25 $kg \cdot m^{-3}$, tvarový součinitel odporu automobilu je 0,36.

a) Sestrojte ve vhodném měřítku graf $F_o = f(v)$ v intervalu rychlostí od 0 $km \cdot h^{-1}$ do 144 $km \cdot h^{-1}$.

b) Stanovte velikost odporové síly, pokud by se automobil pohyboval po celé trase rychlostí 110 $km \cdot h^{-1}$ nebo 130 $km \cdot h^{-1}$. Vypočtěte pro oba případy mechanickou práci při uražené vzdálenosti 100 km.

c) Určete spotřebu benzínu o výhřevnosti 33 $MJ \cdot litr^{-1}$ pro obě dvě rychlosti, je-li účinnost tepelně mechanického procesu 20 %. Kolik času řidič ušetří rychlejší jízdou?

d) V úloze a) až c) jsme neuvažovali valivý odpor, který ve skutečnosti není zanedbatelný. Určete spotřebu benzínu při jízdě automobilu rychlostmi 110 $km \cdot h^{-1}$ a 130 $km \cdot h^{-1}$ se započítáním valivého odporu. Hmotnost automobilu je 1 500 kg, vnější průměr kola automobilu 55 cm, rameno valivého odporu $\xi = 0{,}002$ m.

e) V rámci ekonomizace automobilového provozu byla provedena úprava karosérie, a tím se zmenšil tvarový součinitel odporu na 0,30. Dále pak byla ještě provedena úprava motoru, a tím se zvýšila účinnost tepelně mechanického procesu na 24 %. Určete spotřebu benzínu při rychlostech 110 $km \cdot h^{-1}$ a 130 $km \cdot h^{-1}$, a to tak, že uvedená zlepšení byla realizována nejprve postupně a pak obě najednou. Při řešení uvažujte i v tomto případě valivý odpor.