Úlohy 1. kola 52. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

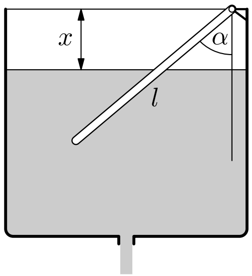
Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Tyč v kapalině

Konec tenké homogenní tyče délky l a stálého průřezu o obsahu S vyrobené z materiálu o hustotě ϱ je otáčivě upevněn u horního okraje nádoby, která byla naplněna kapalinou o hustotě $\varrho_\mathrm{k} > \varrho$. Kapalina vytéká malým otvorem ve dně a hladina postupně klesá. Určete, jak závisí na vzdálenosti x hladiny od horního okraje nádoby

a) odchylka α tyče od svislého směru,

b) síla, kterou působí tyč na osu otáčení.



Obr. 1

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $\varrho = 800\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $\varrho_\mathrm{k} = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $l = 80$ cm, $S = 1{,}0\ \mathrm{cm^2}$. Pro dané hodnoty také sestrojte grafy obou závislostí.

2. Satelitní přenos signálu

V průběhu MS v kopané byl televizní signál z Johannesburgu (26° j.š.; 28° v.d.) přenášen stacionární satelitní družicí *Astra*, umístěnou nad 28° v.d.

a) Jaká je vzdálenost R stacionární družice od zemského středu?

b) Určete dráhu, kterou musí signál urazit při spojení přes satelit do bulharské Varny, ležící na 43° s.š. a 28° v.d., a dobu t_1, kterou k tomu potřebuje. Vliv atmosféry na šíření rádiových vln zanedbejte.

c) Jaká by byla doba t_2 přenosu signálu, kdyby byl veden nejkratší cestou po zemském povrchu, když zanedbáme zpoždění signálu na retranslačních a zesilovacích stanicích?

d) Mohli signál z této satelitní družice sledovat diváci v australském Melbourne (38° j.š.; 145° v.d.) a v brazilském Rio de Janeiru (23° j.š.; 43° z.d.)? Vzdálenost Melbourne od průsečíku 28. poledníku v.d. s rovníkem (měřená po zemském povrchu) je s_1, vzdálenost Ria de Janeira od stejného místa je s_2. Vzdálenosti s_1 a s_2 vyhledejte pomocí vhodného vyhledávače (např. Google Earth), stačí s přesností na 100 km.

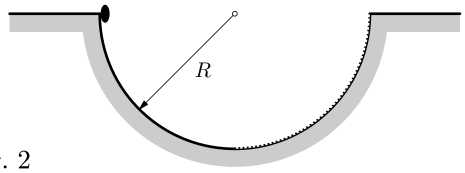
e) Pokud ano, jaká byla v tomto případě doba přenosu t_3?

Zemi můžeme považovat za těleso kulového tvaru o poloměru $R_\mathrm{z} = 6\,370$ km, hmotnost Země $M_\mathrm{z} = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg.

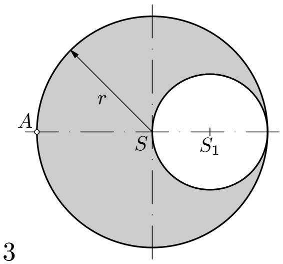
3. Klouzání po kulové ploše

Tělísko zanedbatelných rozměrů volně pustíme po vnitřní stěně duté polokoule poloměru R, jejíž levá polovina je dokonale hladká a pravá polovina mírně zdrsněná. Součinitel tření mezi plochou a tělískem v pravé polovině je $f = 0{,}15$ (obr. 2). Tělísko je na počátku v klidu ve výšce R nad nejnižším místem polokoule. Určete velikost a směr zrychlení tělíska:

a) když urazí dráhu délky $1/12$ obvodu kružnice s poloměrem R,
b) když urazí dráhu délky $1/6$ obvodu kružnice s poloměrem R,
c) v nejnižším bodě dráhy těsně před vjezdem do drsnější poloviny,
d) v nejnižším bodě dráhy těsně po nájezdu do drsnější poloviny.



Obr. 2



Obr. 3

4. Stůl

Vodorovná homogenní kruhová deska o poloměru r po straně s kruhovým otvorem o poloměru $r/2$ (obr. 3) má být použita pro dekorační stůl se třemi tenkými svislými nohami umístěnými na obvodu kruhu, jedna v bodě A. Kam musíme umístit zbývající dvě nohy,

a) aby všechny tři byly zatíženy stejně?
b) aby stůl měl co největší stabilitu? Hmotnost noh zanedbejte.

5. Kyvadla

Dvě matematická kyvadla umístěná na povrchu Země kmitají s malou amplitudou a jejich doby kmitu jsou v poměru $T_1 : T_2 = 1 : 2$. Rozdíl délek těchto kyvadel je 0,6 m.

a) Určete délky l_1, l_2 obou kyvadel a periody kmitů T_1 a T_2 obou kyvadel.
b) Jak bychom museli změnit délku prvního kyvadla, aby kmitalo na Marsu se stejnou periodou T_1 jako na Zemi? S jakou periodou by pak kmitalo na Marsu druhé kyvadlo, kdyby rozdíl délek byl opět 0,6 m?

Při řešení úlohy neuvažujte rotaci Země, tj. uvažujte, že velikost tíhového zrychlení na povrchu Země je stejně velká jako velikost gravitačního zrychlení na povrchu Země. Hmotnost Země $M_Z = 6 \cdot 10^{24}$ kg, poloměr Země $R_Z = 6\,370$ km, hmotnost Marsu je $M_M = 0{,}107\,4\,M_Z$, poloměr Marsu je $R_M = 3\,400$ km, $\varkappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$. Řešte pouze užitím údajů uvedených v zadání.

6. *Praktická úloha:* **Určení zatěžovací konstanty termistoru**

Teorie: Zatěžovací konstanta D termistoru je poměr mezi elektrickým výkonem P rozptýleným v termistoru a zvýšením Δt jeho teploty vzhledem k teplotě t_o okolního prostředí v ustáleném stavu:

$$D = \frac{P}{\Delta t}\,, \qquad [D] = \mathrm{W}\cdot\mathrm{K}^{-1}\,.$$

Zatěžovací konstanta je tedy číselně rovna příkonu, který způsobí ohřátí termistoru o 1 K nad teplotu okolí.

Jmenovitý odpor termistoru R_{25} je definován jako odpor při teplotě 25 °C.

Úkoly

a) Opatřete si tyčinkový nebo destičkový termistor o jmenovitém odporu R_{25} mezi 100 Ω a několika kΩ a pokud možno zjistěte (např. na webu) jeho maximální výkonové zatížení $P_{\max}$.

b) Umístěte termistor do vhodné lázně a změřte odpor termistoru při různých teplotách v intervalu 20 °C až 90 °C. Sestrojte graf závislosti teploty termistoru na jeho odporu.

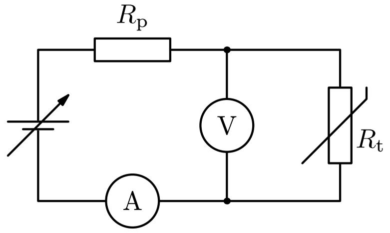
c) V zapojení podle obr. 4 změřte závislost napětí na termistoru na procházejícím proudu. Určete, jak se s rostoucím proudem mění elektrický příkon termistoru, jeho odpor a teplota.

d) Ověřte, že mezi elektrickým příkonem P termistoru a zvýšením Δt teploty termistoru nad teplotu okolí je vztah přímé úměrnosti, a určete zatěžovací konstantu D.

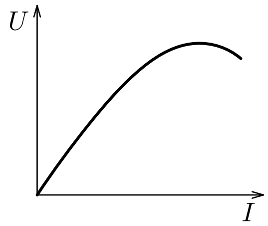
Provedení úlohy:

- Pro měření odporu termistoru při různých teplotách připojíme termistor k ohmmetru a spolu s teploměrem jej zasuneme do tenkostěnné zkumavky a utěsníme vatou. Zkumavku vložíme do termosky s horkou vodou, počkáme, až se údaje ohmmetru a teploměru ustálí, a zapíšeme je. Před každým dalším měřením část vody odlejeme a nahradíme vodou studenou. Měření opakujeme, dokud teplota v termosce neklesne pod teplotu okolí.
- V zapojení podle obr. 4 použijeme ochranný rezistor R_p, jehož odpor by měl být přibližně polovinou jmenovitého odporu termistoru R_{25}. Při měření nastavíme nejprve malé napětí zdroje, při kterém bude elektrický příkon termistoru menší než 0,1 $P_{\max}$. Pak budeme napětí zdroje po malých skocích zvětšovat a po každém zvětšení počkáme, až se teplota termistoru a údaje měřicích přístrojů ustálí. Pak teprve zapíšeme údaje ampérmetru a voltmetru do tabulky a vypočítáme příkon termistoru a jeho odpor. Jakmile se příkon termistoru bude přibližovat k $P_{\max}$, přestane při rostoucím proudu napětí na termistoru růst a začne se zmenšovat (obr. 5). Při dalším zvětšo-

vání proudu by se termistor zničil přehřátím. Měření proto ukončíme, když dosáhneme příkonu asi 0,7 $P_{\max}$.



Obr. 4



Obr. 5

- Při měření podle obr. 4 je třeba, aby okolo termistoru mohl volně proudit vzduch a aby se okolní podmínky neměnily. Proto je vhodné přikrýt držák s termistorem větší plechovou nádobou, nejlépe hliníkovou.
- Doporučujeme zpracovat výsledky měření v Excelu. V grafu závislosti teploty termistoru na odporu proveďte polynomickou regresi 4. stupně a regresní vzorec použijte pro výpočet teplot při měření podle obr. 4. Koeficienty vzorce je třeba opsat alespoň na čtyři platné číslice. V grafu závislosti P na Δt použijte lineární regresi a z regresního vzorce určete hledanou zatěžovací konstantu D.

7. Elektrický obvod

V elektrickém obvodu podle obr. 6 jsou všechny kontakty rozpojeny. Elektromotorické napětí zdroje je $U_e = 12$ V, vnitřní odpor zdroje je zanedbatelný. Při zapojení spínače K_1 ukáže ampérmetr proud $I_1 = 0{,}20$ A. Pak připojíme spínač K_2 k rezistoru r. Obvodem nyní prochází proud $I_2 = 0{,}30$ A.

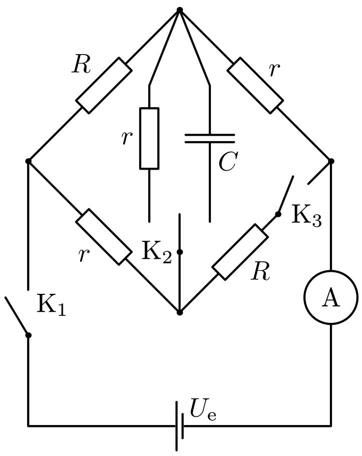
a) Určete velikosti odporů r a R.

b) Jaký proud bude procházet ampérmetrem při zapojení všech tří spínačů k rezistorům?

Jaký náboj bude na kondenzátoru o kapacitě $C = 4$ μF, přepojíme-li kontakt K_2 ke kondenzátoru, když

c) spínač K_3 bude rozpojen,

d) spínač K_3 bude sepnut?



Obr. 6