Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Úlohy krajského kola 51. ročníku FO kategorie B

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Skákající hopík

Míček hopík uvolněný ve výšce h_0 nad podlahou vyskočil po odrazu od podlahy do výšky h.

a) Určete koeficient restituce, tj. poměr $k = v'/v$, kde v je velikost rychlosti míčku těsně před dopadem na podlahu a v' je velikost rychlosti míčku těsně po odrazu od podlahy.

b) Jak velkou rychlost $\boldsymbol{v}_0$ musíme udělit míčku v počáteční výšce h_0 ve směru svisle dolů, aby po odrazu od podlahy vystoupil ke stropu ve výšce H, zde se odrazil a po druhém odrazu od podlahy ještě znovu vystoupil těsně ke stropu?

Řešte obecně a pak pro hodnoty $h_0 = 150$ cm, $h = 96$ cm, $H = 250$ cm. Rozměry míčku a odpor vzduchu zanedbejte. Předpokládejte, že koeficient restituce je při všech odrazech od podlahy a od stropu stejný.

2. Pružiny

Na pružiny o tuhostech k_1, k_2 o zanedbatelné hmotnosti, které mají v nezatíženém stavu stejnou délku, postupně zavěsíme závaží o hmotnosti $m = 0{,}500$ kg a rozkmitáme. Zjistíme, že doby kmitu závaží na jednotlivých pružinách jsou v poměru $T_1 : T_2 = 3 : 4$. Potom zavěsíme obě pružiny pod sebe opět se závažím o hmotnosti m (obr. 1) a opět rozkmitáme. Doba kmitu závaží je v tomto případě $T_3 = 1{,}50$ s.

a) Dokažte, že pro výslednou tuhost k soustavy pružin v tomto případě platí

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

a periody T_1, T_2 a T_3 obecně splňují vztah

$$T_3^2 = T_1^2 + T_2^2.$$

Určete tuhosti k_1, k_2 obou pružin a doby kmitu T_1 a T_2 na jednotlivých pružinách.

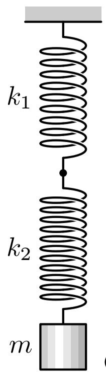
Obě pružiny nyní zavěsíme vedle sebe a propojíme hrazdičkou o délce $d = 20$ cm. Na hrazdičku pak zavěsíme závaží o hmotnosti m (obr. 2).

b) Určete polohu x místa, kam musíme zavěsit závaží, aby hrazdička byla v klidu v rovnovážné poloze vodorovná. Dokažte, že v tomto případě je výsledná tuhost soustavy pružin

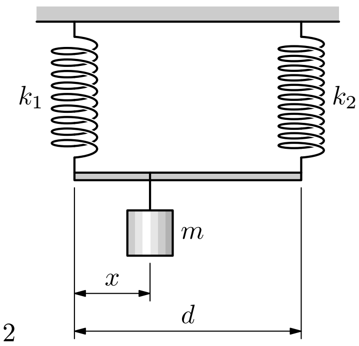
$$k = k_1 + k_2$$

a zjistěte, o kolik se přitom obě pružiny po zavěšení závaží prodlouží.

c) Závaží o hmotnosti m nyní vychýlíme z rovnovážné polohy a uvolníme. Určete dobu kmitu T_4 závaží také v tomto případě. Dokažte obecně, že platí vztah $\dfrac{1}{T_4^2} = \dfrac{1}{T_1^2} + \dfrac{1}{T_2^2}$.



Obr. 1



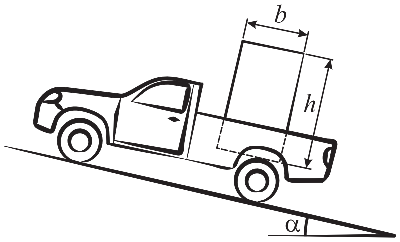
Obr. 2

3. Automobil

Automobil Škoda Felicia Pick-up s nákladem tvaru kvádru (obr. 2) se rozjíždí do kopce, který má úhel sklonu α. Po rozjezdu jede dál rovnoměrným pohybem. Náhle spatří stát na silnici před sebou překážku a začne brzdit. Součinitel smykového tření za klidu mezi nákladem a korbou je f_0. Po odstranění překážky se zase začne rozjíždět. Určete

a) maximální zrychlení automobilu při rozjíždění, aby nedocházelo ke smýkání nákladu po korbě a aby se náklad nepřevrátil.

b) maximální zpomalení automobilu při brzdění opět tak, aby nedocházelo ke smýkání nákladu po korbě a aby se náklad nepřevrátil.



Obr. 2

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $b = 1{,}0$ m, $h = 1{,}5$ m, $\alpha = 15°$,

1. $f_0 = 0{,}4$; 2. $f_0 = 0{,}7$.

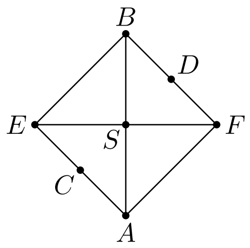
4. Hrátky se čtvercem

Na obr. 3 je znázorněn drátěný čtverec s úhlopříčkami. Velikost odporu strany čtverce je R, všechny vodiče jsou ze stejného materiálu a mají stejně velký průřez. Určete

a) velikost elektrického odporu mezi body A a B,

b) velikost elektrického odporu mezi body C a D (body C a D leží ve středech stran čtverce),

c) velikost elektrického odporu mezi body B a S.



Obr. 3