Úlohy 1. kola 51. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Pohyb lyžaře

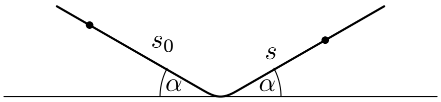
Lyžař stojící na svahu ve vzdálenosti s_0 od jeho úpatí se začne samovolně rozjíždět dolů. Po dosažení konce svahu pokračuje ve své jízdě do protisvahu a zastaví se ve vzdálenosti $s = \frac{4}{5} s_0$ od úpatí (obr. 1). Při řešení uvažujte, že úhel sklonu svahu i protisvahu je stejný a má velikost α. Při pohybu lyžaře také uvažujte, že na lyžaře působí třecí síla smykového tření o velikosti F ($F < F_0$, kde F_0 je velikost třecí síly působící na lyžaře, když stojí). Určete

a) podmínku pro velikost statického součinitele smykového tření f_0, aby se lyžař mohl samovolně rozjet ze svahu,

b) poměr doby klesání T_1 a doby stoupání T_2 lyžaře,

c) součinitel smykového tření f lyžaře za pohybu.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnotu $\alpha = 30°$. Při řešení zanedbejte odpor vzduchu a vliv přechodové části mezi oběma svahy.



Obr. 1

2. Pohyby v planetární soustavě

O planetě Mars zjistili astronomové na základě měření z povrchu Země, že siderická doba oběhu Marsu je $T_\mathrm{M} = 1{,}881$ roku. V úloze vystačíme při řešení problémů s modelem, v němž se obě planety pohybují po kružnicích, jejichž střed splývá se středem Slunce.

a) Určete poloměr kružnice, po níž se pohybuje střed Marsu, a rychlost pohybu středů obou planet při jejich pohybu kolem středu Slunce.

b) Z údajů o pohybu Marsu kolem Slunce určete hmotnost Slunce.

c) Jestliže se středy Slunce, Země a Marsu dostanou přibližně do téže polopřímky, pak právě o půlnoci začneme naše pozorování. Za jak dlouho se tato situace bude opakovat? Tato doba se nazývá *synodická* oběžná doba.

d) Pro cestu z okolí Země do okolí Marsu je energeticky optimální pohyb po trajektorii tvaru elipsy, která se vně dotýká trajektorie Země a uvnitř trajektorie Marsu. Jak dlouho trvá pohyb po této trajektorii? Situaci načrtněte.

Při řešení počítejte, že $1\ \mathrm{AU} = 1{,}496 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}$, $1\ \mathrm{rok} = 3{,}156 \cdot 10^{7}\ \mathrm{s}$, $\varkappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$. Ve výsledku volte „rozumný“ počet platných míst. Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro uvedené hodnoty.

3. Kruhový děj

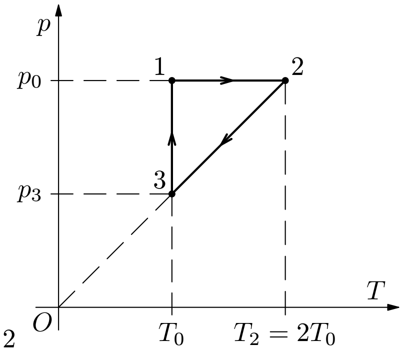
Na obr. 2 je znázorněn v $p - T$ diagramu kruhový děj, jehož pracovní látkou je ideální plyn s dvouatomovými molekulami, jehož vnitřní energie je pro n molů dána vztahem $U = \frac{5}{2}nRT$. Na počátku se plyn nachází ve stavu 1, který je určen stavovými veličinami p_0, V_0, T_0.

a) Charakterizujte jednotlivé části kruhového děje a vyjádřete zbývající stavové veličiny p, V, T odpovídající stavům 2 a 3 z obr. 2 pomocí veličin p_0, V_0, T_0.

b) Znázorněte kruhový děj z obr. 2 pomocí $p - V$ diagramu.

c) Určete teplo dodané (odevzdané) v jednotlivých úsecích $1 - 2$, $2 - 3$, $3 - 1$ kruhového děje.

d) Určete účinnost tohoto kruhového děje.



Obr. 2

4. Dosažitelná rychlost

Automobil o hmotnosti $m = 1\,200$ kg se pohybuje po vodorovné silnici, přičemž může vyvíjet maximální výkon $P_{\max} = 70$ kW. Síla valivého odporu má velikost $F_1 = 400$ N. Vzduch působí na automobil odporovou silou o velikosti $F_{\text{odp}} = kv^2$, kde $k = 0{,}90\ \text{N}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-2}$. Součinitel smykového tření mezi pneumatikami a namrzlou vozovkou je $f = 0{,}25$. Obě nápravy automobilu jsou stejně zatížené, záběrová kola jsou pouze na jedné nápravě.

a) Jaké maximální rychlosti může automobil za daných podmínek dosáhnout?

b) Zvolíme-li při rozjíždění automobilu stálou tahovou sílu, dosáhnou po určité době jak rychlost automobilu, tak i výkon motoru stálých hodnot. Sestrojte grafy závislosti dosažitelné rychlosti a dosažitelného výkonu automobilu na zvolené tahové síle F motoru.

c) Sestrojte graf závislosti dosažitelné rychlosti automobilu na zvoleném výkonu $P \in \langle 0, P_{\max} \rangle$ motoru.

5. Satelity

Sluneční záření o zářivém výkonu $L = 3{,}83 \cdot 10^{26}$ W zahřívá všechna tělesa sluneční soustavy (včetně umělých družic). Slunce můžeme považovat za dokonale černé těleso, které pohlcuje veškeré dopadající elektromagnetické záření a vydává pouze záření vlastní. Na oběžné dráze kolem Země v blízkosti jejího povrchu mohou obíhat družice různých tvarů, o nichž budeme předpokládat, že jsou trvale ozářeny Sluncem, mají dobrou tepelnou vodivost a nátěr, který se svými vlastnostmi blíží vlastnostem dokonale černého tělesa. Označme S velikost povrchu družice, S_1 průmět povrchu družice do směru kolmého na směr záření. Stefanova – Boltzmannova konstanta $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$, $1\ \mathrm{AU} = 1{,}50 \cdot 10^{8}$ km.

a) Na jakou teplotu T_1 by se ohřála rovinná část povrchu družice nastavená kolmo k dopadajícím slunečním paprskům, kdyby byla družice tepelně nevodivá?

b) Odvoďte obecný vztah pro výpočet teploty T družice jako funkci poměru $\dfrac{S_1}{S}$.

c) Určete teplotu T_2 povrchu družice přibližně kulového tvaru (např. *Sputnik 1*).

d) Určete teplotu T_3 povrchu družice přibližně tvaru krychle, jejíž jedna stěna je kolmá na směr dopadajícího záření (např. *CubeSat*).

e) Určete teplotu T_4 povrchu družice přibližně tvaru válce o průměru d a výšce h, $h = 3d$. Podélná osa válce je kolmá na směr dopadajícího záření (např. *Geo Eye 1*).

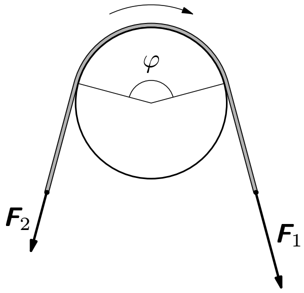
6. *Praktická úloha:* **Určení součinitele smykového tření**

Teorie: Táhneme-li vlákno přes těleso kruhového průřezu, dochází ke vzniku tzv. *vláknového tření*, takže síla $\boldsymbol{F}_1$, kterou působíme na jednom konci vlákna ve směru pohybu, musí být větší než síla $\boldsymbol{F}_2$, kterou vlákno napínáme na opačném konci proti pohybu (obr. 3). Velikosti obou sil jsou v poměru

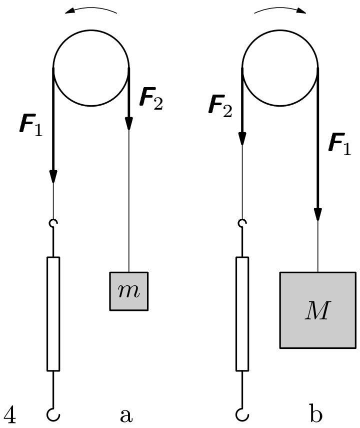
$$\frac{F_1}{F_2} = \mathrm{e}^{f\varphi}, \qquad (1)$$

kde f je součinitel smykového tření mezi vláknem a povrchem tělesa a φ je středový úhel oblouku, v němž se vlákno dotýká zakřiveného povrchu.

Úkol: Určete součinitel smykového tření mezi novodurovou trubkou a silonovým vláknem.



Obr. 3



Obr. 4

Provedení úlohy: Kus novodurové trubky o průměru 3 až 4 cm upevněte do vodorovné polohy mezi dva stojany. (Můžete např. použít trubku od vysavače.) Přes trubku přehoďte silonový rybářský vlasec o nosnosti alespoň 2 kg, na jeden konec zavěste závaží o hmotnosti 102 g a na druhý konec upevněte siloměr s rozsahem 10 N (obr. 4a). Táhněte za siloměr směrem dolů a zvedejte závaží rovnoměrným pohybem vzhůru. Přitom změřte velikost síly $\boldsymbol{F}_1$. Síla $\boldsymbol{F}_2$ má v tomto uspořádání velikost 1 N a středový úhel oblouku je π radiánů. Měření zopakujte pro středové úhly 1,5π, 2π, 2,5π, 3π, 3,5π a 4π. To znamená, že siloměr potáhnete střídavě ve vodorovném směru, svisle vzhůru a svisle dolů. Pro každý z těchto směrů je třeba siloměr seřídit nebo alespoň provést korekci na změnu nulové polohy. *Pozor:* Při tažení směrem dolů je nutno k údaji siloměru přičíst jeho vlastní tíhu.

Další měření proveďte podle obr. 4b. Použijte závaží hmotnosti 1,02 kg, jeho rovnoměrné klesání brzděte siloměrem a přitom změřte velikost síly $\boldsymbol{F}_2$. Síla $\boldsymbol{F}_1$ má v tomto uspořádání velikost 10 N. Měření opakujte pro stejné středové úhly jako u menšího závaží.

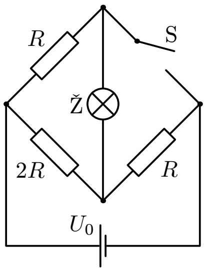
Ze vztahu (1) vyjádřete součinitel smykového tření f a z výsledků měření vypočítejte jeho velikost. Výsledky měření a výpočtů zapište do přehledné tabulky.

7. Elektrický obvod

Na obr. 5 je schéma elektrického obvodu. Napětí zdroje je $U_0 = 108$ V, jeho vnitřní odpor zanedbatelný, $R = 180\ \Omega$. Po sepnutí spínače se proud žárovkou nezměnil.

a) Určete jeho velikost a napětí na žárovce.

b) Porovnejte proud odebíraný ze zdroje před a po sepnutí spínače.



Obr. 5