Úlohy 1. kola 51. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

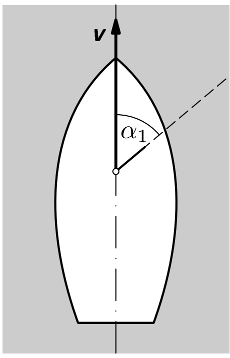
Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Vítr na lodi

Vlajka na stožáru lodi plující po jezeře stálou rychlostí $\boldsymbol{v}$ o velikosti $v = 20$ km/h vlála ve větru odchýlena o úhel $\alpha_1 = 50°$ od směru pohybu lodi (obr. 1). Pak byla při stálém kurzu velikost rychlosti lodi zvýšena na $2v = 40$ km/h a odchylka vlajky se zvětšila na $\alpha_2 = 100°$.

a) Určete velikost a směr rychlosti větru $\boldsymbol{u}$ vzhledem ke klidné hladině jezera.

b) Jakou rychlostí by se musela loď v daném kurzu pohybovat, aby vlajka vlála kolmo k ose lodi?



Obr. 1

2. Skok přes válec

Válec o poloměru R se valí po vodorovné rovině, na které sedí žába. Střed válce se pohybuje stálou rychlostí $\boldsymbol{v}$. S jakou nejmenší počáteční rychlostí $\boldsymbol{u}_0$ musí žába vyskočit, aby přeskočila válec a dotkla se jej lehce jen v nejvyšším bodě? V jaké vzdálenosti od žáby se musí válec nacházet v okamžiku výskoku? Rozměry žáby zanedbejte.

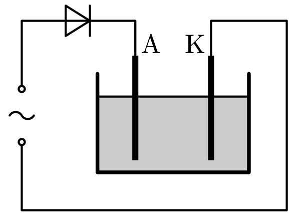
3. Kamínek v pneumatice

Uvnitř pneumatiky kola automobilu o poloměru R se nachází malý kamínek, který tam zapadl při výměně ventilku. Při jaké minimální rychlosti automobilu bude kamínek obíhat spolu s jedním bodem pneumatiky, je-li součinitel smykového tření mezi kamínkem a pneumatikou f?

4. Elektrolýza

Elektrolytická vana s měděnými elektrodami a roztokem $CuSO_4$ jako elektrolytem byla připojena přes diodu ke zdroji střídavého napětí s harmonickým časovým průběhem (obr. 2). Za 24 hodin se na katodě vyloučila měď o hmotnosti 8,54 g. Určete střední hodnotu $I_{\text{stř}}$ a maximální hodnotu I_{m} procházejícího proudu. Diodu považujte za ideální. Potřebné údaje týkající se mědi vyhledejte v tabulkách.

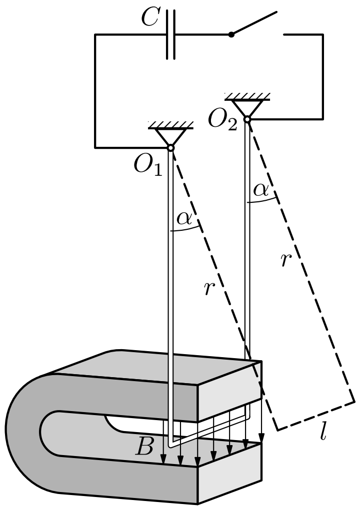
Střední hodnota časově proměnného periodického proudu s periodou T je definována jako hodnota stálého stejnosměrného proudu, který přenese za dobu T stejný náboj jako uvažovaný proměnný proud.



Obr. 2

5. Balistická smyčka

Pravoúhlá smyčka zhotovená z měděného drátu, jehož průřez má plošný obsah $S = 2{,}5\,\text{mm}^2$, je otáčivě zavěšena v bodech O_1, O_2. Svislá ramena délky $r = 30$ cm jsou dole spojena vodorovnou příčkou délky $l = 6{,}0$ cm, která se nachází v homogenním magnetickém poli permanentního magnetu (obr. 3). Vybijeme-li přes smyčku kondenzátor o kapacitě $C = 5{,}0$ mF nabitý na napětí $U = 100$ V, vykývne smyčka okolo vodorovné osy O_1O_2 ven z magnetu o úhel $\alpha = 23°$ a pak pokračuje v kývání. Určete magnetickou indukci B mezi póly magnetu a polaritu napětí na kondenzátoru před sepnutím spínače. Hustota mědi $\varrho = 8\,930\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Tření v bodech závěsu a odpor vzduchu zanedbejte.

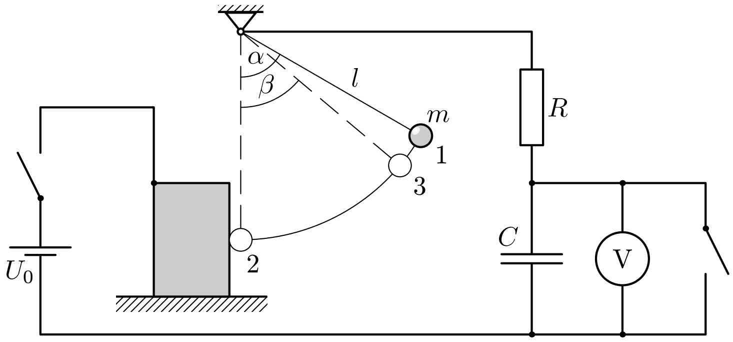


Obr. 3

6. *Praktická úloha:* Určení doby nárazu

Proveďte pokus podle obr. 4. Kovovou kuličku o hmotnosti m zavěšenou na tenkém měděném drátu délky l vychýlíte z rovnovážné polohy a necháte kolmo dopadnout na svislou stěnu masivního kovového tělesa, kde se pružně odrazí. Přitom se na krátkou dobu uzavře elektrický obvod a kondenzátor o kapacitě C se nabije přes rezistor o odporu R. Časová konstanta $\tau = RC$ obvodu musí být dostatečně velká, aby napětí U, které na kondenzátoru vznikne, bylo mnohem menší než napětí U_0 zdroje. V takovém případě platí pro dobu vzájemného působení obou těles

$$t \approx \tau \cdot \frac{U}{U_0}. \tag{1}$$



Obr. 4

Úkoly:

a) Odvoďte vztah (1).

b) Určete dobu, po kterou byla obě tělesa během odrazu ve vzájemném dotyku.

c) Určete průměrnou velikost sil vzájemného působení během odrazu.

Pokyny k provedení úlohy:

- Pečlivé připojení měděného závěsu ke kuličce a čistota povrchu těles musí zajistit dobrý kontakt během nárazu. Závěs upevněte ke stojanu pomocí tyčky z izolantu.
- Vhodná časová konstanta τ obvodu je okolo 10 ms. Zvolte např. $R = 1$ kΩ, $C = 10$ μF. Hodnoty přeměřte, protože zvláště kondenzátory jsou vyráběny s velkou tolerancí.
- Digitální voltmetr by měl mít vstupní odpor nejméně 10 MΩ, aby vybíjení kondenzátoru po nárazu probíhalo co nejpomaleji.
- Pro výpočet průměrné velikosti síly musíte zjistit velikost změny hybnosti kuličky při odrazu. Rychlost při dopadu kuličky na stěnu a po odrazu od ní můžete určit z délky závěsu a úhlů α a β, o které je vychýlen před uvolněním kuličky a v poloze, do které se vychýlí po odrazu. K tomu použijte úhloměr umístěný v těsné blízkosti závěsu.

7. Automobil (za jízdy po přímé trati)

Automobil má motor o maximálním výkonu $P_{\mathrm{m}} = 95$ kW a jeho hmotnost s jednou osobou je $m = 1\,000$ kg. K uvedení do pohybu odbrzděného automobilu se zařazeným „neutrálem“ na vodorovné silnici musel přivolaný pomocník vyvinout ve vodorovném směru sílu o velikosti $F_0 = 120$ N. Předpokládejte, že velikost odporové síly je popsána funkcí

$$F_{\mathrm{t}} = Av^2 + F_0,$$

kde A je konstanta a v je velikost okamžité rychlosti.

a) Řidič provedl experiment: vyjel na vrchol kopce, z něhož se přímočará vozovka svažuje pod stálým úhlem $\alpha = 4{,}0°$. Automobil po rozjezdu z kopce a po zařazení „neutrálu“ dosáhl stálé rychlosti $v_1 = 72$ km/h. Určete konstantu A.

b) Jaký musí být výkon P_1 motoru, aby se automobil pohyboval stálou rychlostí $v_1 = 72$ km/h po vodorovné vozovce?

c) Při jízdě stálou rychlostí musí motor pracovat se stálým výkonem. Sestrojte graf závislosti výkonu P motoru na rychlosti v a určete maximální rychlost v_{m} při výkonu P_{m}.

d) Automobil podle bodu a) sjel k úpatí kopce a pokračoval v jízdě se zařazeným „neutrálem“ po vodorovné přímé vozovce. V jaké vzdálenosti l_0 od úpatí se zastavil bez použití brzdy?