Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Teoretické úlohy celostátního kola jubilejního 50. ročníku FO

Praha 2008

1. Pohyby v planetární soustavě

(úloha k Mezinárodnímu roku astronomie)

O planetě Marsu zjistili astronomové na základě měření provedených z povrchu Země, že doba oběhu (siderická) je $T_\mathrm{M} = 1{,}881$ roku. Trajektorii Země je možno považovat za kružnici (vzdálenost Země od Slunce je $r_\mathrm{Z} = 1{,}000$ AU), ale trajektorie Marsu je eliptická s číselnou výstředností 0,0934. Obě trajektorie leží přibližně ve stejné rovině.

a) Z uvedených údajů určete délku hlavní poloosy a a vedlejší poloosy b trajektorie Marsu, vzdálenost r_a Marsu od Slunce v aféliu a vzdálenost r_p v periheliu.

b) Určete plošnou rychlost w Marsu (tj. plochu opsanou jeho průvodičem za jednotku času), velikost v_a jeho rychlosti v aféliu a velikost v_p jeho rychlosti v periheliu. Jak závisí poměr hodnot v_p, v_a na číselné výstřednosti trajektorie Marsu?

c) Určete hodnoty k_sa, k_sp solární konstanty v okolí Marsu při jeho průchodech aféliem a periheliem, je-li solární konstanta v okolí Země $k_\mathrm{sZ} = 1\,360\ \mathrm{W \cdot m^{-2}}$. Jak závisí poměr hodnot k_sp, k_sa na číselné výstřednosti trajektorie Marsu?

d) Pro cestu z okolí Země do okolí Marsu je energeticky optimální pohyb po trajektorii tvaru elipsy, která se vně dotýká trajektorie Země a uvnitř trajektorie Marsu. Situaci načrtněte. Jaká by byla doba pohybu kosmické lodě z okolí Země do okolí Marsu, kdyby se v okamžiku přiblížení nacházel 1) v periheliu, 2) v aféliu?

Při řešení počítejte, že 1 AU $= 1{,}496 \cdot 10^{11}$ m, 1 rok $= T_\mathrm{Z} = 3{,}156 \cdot 10^{7}$ s. Ve výsledku volte „rozumný“ počet platných míst.

2. Pružiny

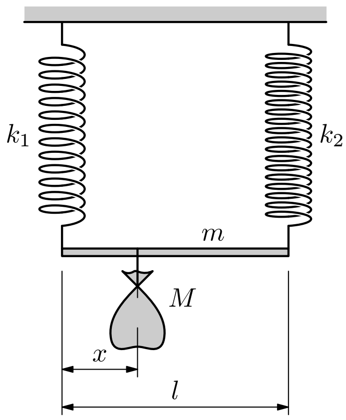
Na obr. 1 je znázorněna soustava dvou pružin zanedbatelné hmotnosti o tuhostech k_1 a k_2, jejichž konce jsou spojeny homogenní tyčí stálého průřezu o délce l a hmotnosti m. Obě pružiny měly v nezatíženém stavu (před spojením konců pružin tyčí) stejnou délku. Na tyč zavěsíme jako závaží sáček s broky o hmotnosti M.

a) Určete souřadnici $x \in \langle 0; l \rangle$ místa na tyči, kam musíme zavěsit závaží, aby tyč zůstala ve vodorovné poloze. Jaká bude v tomto případě deformace obou pružin?

b) Tyč spojující konce pružin odstraníme a všechny broky rozdělíme do dvou sáčků o hmotnostech m_1 a m_2, z nichž první zavěsíme na pružinu o tuhosti k_1 a druhý na pružinu o tuhosti k_2. Jaký musí být poměr $p = m_1/m_2$, aby prodloužení obou pružin bylo stejné?

c) Odvoďte vztah pro výpočet celkové elastické energie obou pružin jako funkce poměru p. Určete, pro jakou hodnotu p bude tato energie minimální a pro kterou maximální. Vypočtěte její velikosti.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $M = 500$ g, $m = 100$ g, $l = 20$ cm, $k_1 = 16\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$, $k_2 = 32\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$, $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.



Obr. 1

3. Válec s pístem

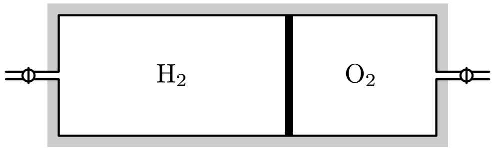
Dokonale tepelně izolovaná válcová nádoba o celkovém objemu $V = 20{,}0\ \mathrm{dm}^3$ je rozdělena na dvě části lehce pohyblivým pístem zanedbatelné hmotnosti (obr. 2). Do levé části nádoby napustíme vodík o hmotnosti $m_1 = 3{,}00$ g a teplotě $T_1 = 300$ K, do pravé části kyslík o hmotnosti $m_2 = 16{,}0$ g a teplotě $T_2 = 400$ K. Píst slabě vede teplo a teploty v obou částech nádoby se postupně vyrovnají.

a) Určete počáteční objemy vodíku a kyslíku V_1, V_2 a počáteční tlak p_0 plynů v nádobě.

b) Určete teplotu T, tlak p' a objemy V_1', V_2' plynů po vyrovnání teplot.

c) Určete teplo, které během celého děje projde pístem.

Vnitřní energie n molů ideálního plynu s dvouatomovými molekulami je $\frac{5}{2}nRT$.



Obr. 2

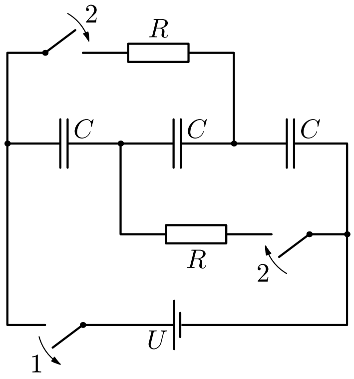
4. Tři kondenzátory

Tři stejné kondenzátory s kapacitou C byly sériově připojeny ze zdroji o svorkovém napětí U. Po odpojení zdroje ke kondenzátorům současně připojíme dva rezistory o stejném odporu R podle obr. 3.

a) Na jaké hodnotě se ustálí napětí na jednotlivých kondenzátorech?

b) Jaké teplo se během přechodného děje uvolní na každém z rezistorů?

c) Vysvětlete, proč v určitém okamžiku bude na prostředním kondenzátoru nulové napětí. Jaký proud bude v tomto okamžiku procházet rezistory?



Obr. 3