Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Úlohy krajského kola 50. ročníku FO kategorie C

1. Krychle na vodě

a) Ledová krychle o hraně $a = 2{,}00$ cm plave na vodě, která je nalita ve válci o vnitřním průměru $d = 5$ cm. Jak se změní hladina vody ve válci, když všechen led roztaje?

b) V ledové krychli o hraně $a = 2$ cm je zamrzlá ocelová krychlička o hraně $b = 1$ cm. Takto vzniklou krychli opět vložíme do stejného válce jako v úloze a). Jak se změní hladina vody ve válci, když všechen led roztaje?

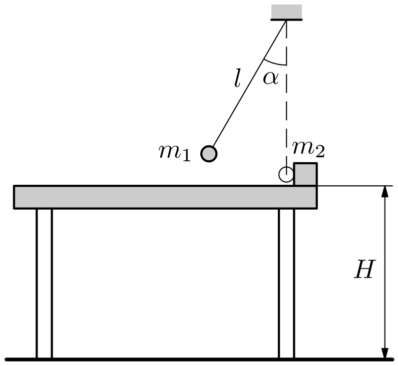
c) Nyní jsme nechali v ledové krychli o hraně $a = 2$ cm zamrznout dřevěnou krychličku o hraně $b = 1$ cm. Určete opět, jak se změní hladina vody ve válci, když všechen led roztaje.

Při řešení předpokládejte, že ve válci je dostatečné množství vody, aby v ní krychle mohla plavat, a že výška válce je dostatečně velká, aby z něj voda nevytekla ven. Vztlakovou sílu vzduchu zanedbejte.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: hustota ledu $\varrho_1 = 917\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, hustota vody $\varrho_2 = 1000\ \mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$, hustota oceli $\varrho_3 = 7800\ \mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$, hustota dřeva $\varrho_4 = 500\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $g = 9{,}81\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

2. Srážka

Nad deskou stolu, která je ve výšce H nad povrchem země, visí kulička o hmotnosti m_1 na vlákně o délce l (obr. 1). Na okraji desky leží malá krychlička o hmotnosti $m_2 = km_1$ ($k > 1$). Kyvadélko vychýlíme o úhel α od svislého směru a uvolníme. Kulička kyvadla narazí do krychličky a uvede ji do pohybu. Budeme předpokládat, že srážka je dokonale pružná a že nedochází ke tření mezi krychličkou a deskou stolu. Rozměry kuličky a krychličky zanedbejte.



Obr. 1

a) Určete rychlosti kuličky kyvadla a krychličky po srážce.

b) Určete úhel β, o který se odchýlí kyvadélko po srážce od svislého směru.

c) Určete vodorovnou vzdálenost od okraje stolu, kam doletí krychlička po srážce.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $k = 5$, $l = 0{,}5$ m, $H = 0{,}75$ m, $\alpha = 30°$, $g = 9{,}81\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

3. Snímání povrchu Země

V současné době jste již určitě všichni slyšeli o navigačním systému GPS (**G**lobální **P**olohový **S**ystém). To, že funguje a že ho můžeme používat, zajišťuje 24 satelitů obíhajících kolem Země. Hmotnost jedné družice GPS je $m = 1{,}8$ tuny, tato družice obletí Zemi za 11 hodin 58 minut.

Poloměr Země je 6370 km, hmotnost Země je $6{,}00 \cdot 10^{24}$ kg. Určete

a) výšku satelitu nad povrchem Země,

b) velikost gravitační síly, kterou působí Země na satelit GPS při pohybu po kruhové oběžné dráze, a rychlost jeho pohybu na této oběžné dráze,

c) zorný úhel ve stupních, pod kterým satelit GPS snímá Zemi, a největší vzdálenost bodů (měřenou po povrchu Země), které ještě může tento jeden satelit v daném okamžiku zaměřit.

Ve všech úlohách zanedbejte vliv odporu prostředí. Řešte nejprve obecně, potom pro zadané hodnoty.

4. Zateplování

Vnější cihlová stěna ($\lambda_1 = 0{,}52\ \mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$) rodinného domku má rozměry: šířka 4 m, výška 2,8 m, tloušťka stěny je 30 cm. Vnitřní omítka ($\lambda_2 = 0{,}70\ \mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$) má tloušťku 3 cm, vnější omítku zatím domek nemá. Ve stěně je okno ze skla ($\lambda_3 = 0{,}75\ \mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$) o tloušťce 3 mm a rozměrech 60 cm $\times$ 120 cm. Uvnitř domku se udržuje teplota 22 °C, vně je teplota -5 °C.

a) Určete únik tepla za 1 den (24 hodin) touto stěnou a minimální výkon topení, které uvnitř místnosti udržuje stálou teplotu za předpokladu, že zbývající stěny jsou již dobře tepelně izolovány.

b) Protože v předchozím případě byly velké tepelné ztráty, rozhodl se majitel domku zmenšit pro příští rok ztráty tepla omítkou zvnějšku, a to tak, že vně bude speciální izolační omítka ($\lambda_4 = 0{,}25\ \mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$) o tloušťce 4 cm. Okno zdvojil, mezi skly vznikla uzavřená vzduchová mezera. Určete únik tepla za 1 den po zateplení stěny a minimální výkon topení, které uvnitř udržuje stálou teplotu. O kolik procent poklesly tepelné ztráty?

Ve všech případech pro jednoduchost uvažujte, že je všude stejně velký součinitel přestupu tepla $\alpha = 20\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}}$.