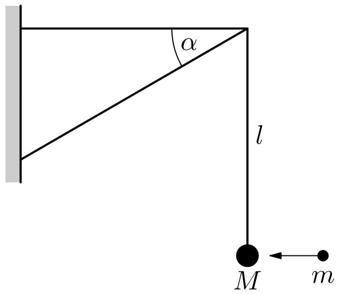
Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Úlohy krajského kola 50. ročníku FO kategorie B

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Kyvadlo

Na konzole je zavěšeno kyvadlo o hmotnosti $M = 1{,}00$ kg a délce závěsu $l = 50$ cm (obr. 1). Kyvadlo zasáhne střela o hmotnosti $m = \frac{1}{100}M$ letící vodorovným směrem. Dojde k dokonale nepružné srážce, střela uvázne v kyvadle a způsobí vychýlení kyvadla o 15° od svislého směru. Ramena konzoly svírají úhel $\alpha = 30°$. Určete



Obr. 1

a) rychlost střely těsně před tím, než dojde ke srážce.

b) velikosti sil, kterými kyvadlo působí na ramena konzoly, těsně před srážkou.

c) síly, kterými jsou namáhána ramena konzoly po srážce v okamžicích, kdy se kyvadlo nachází v krajních polohách.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

2. Válečky

Dva stejné válečky o poloměru R a hmotnosti M jsou zavěšeny na vláknech délky $l = 5R$. Horní konce vláken jsou upevněny ve společných bodech (obr. 2).

a) Určete, jakými tlakovými silami na sebe válečky navzájem působí.

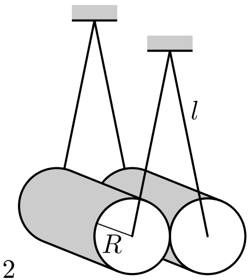
Na tyto válečky položíme třetí stejně dlouhý váleček o poloměru $r = R/2$ a hmotnosti m (obr. 3).

b) Určete velikost tlakové síly, kterými na sebe působí malý a velký váleček.

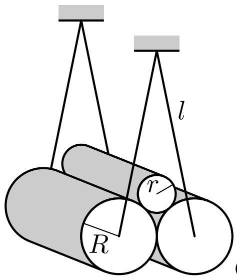
c) Určete maximální hmotnost m třetího válečku, aby nepropadl mezi dvěma velkými.

d) Propadne třetí váleček, budou-li všechny tři válečky vyrobeny ze stejného materiálu?

Předpokládejte, že válečky jsou dokonale hladké a nepůsobí tedy mezi nimi smykové tření.



Obr. 2



Obr. 3

3. Snímkování povrchu Země

V sobotu 6. září 2008 vzlétla v americkém kosmodromu Vandenberg raketa *Delta 2*. Vynesla na oběžnou dráhu družici *GeoEye-1* o hmotnosti $m_1 = 1955$ kg do výšky 680 km nad povrch Země (tato družice provádí snímkování zemského povrchu, tyto snímky pak můžeme vidět pomocí internetového prohlížeče *googleearth.com*).

Poloměr Země je 6370 km, hmotnost Země je $6{,}00 \cdot 10^{24}$ kg, gravitační potenciální energie je dána vztahem $E_{\text{pg}} = -\dfrac{\varkappa m M}{r}$. Určete:

a) jakou rychlostí obíhá tato družice kolem Země a její oběžnou dobu,

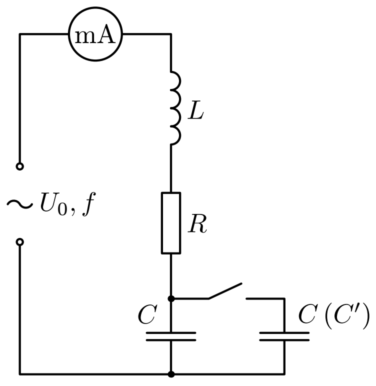
b) jak velkou užitečnou práci musejí vykonat motory rakety Delta 2, aby družici GeoEye-1 vynesly do požadované výšky a udělily jí rychlost potřebnou k tomu, aby mohla obíhat po kruhové trajektorii kolem Země,

c) zorný úhel (rozlišení) přístrojů GeoEye-1 v úhlových vteřinách pro černobílý (ČB) a barevný režim fotografování, víte-li, že GeoEye 1 může v ČB režimu rozpoznat objekty větší než 41 cm a v barevném režimu větší než 1,65 m.

Ve všech úlohách zanedbejte vliv odporu prostředí. Řešte nejprve obecně, potom pro zadané hodnoty.

4. Rezonance

Kondenzátor o kapacitě $C = 4{,}0\ \mu\text{F}$ a reálná cívka, kterou modelujeme jako sériové spojení ideální cívky o indukčnosti L a rezistoru o rezistanci R, byly sériově připojeny ke zdroji harmonického střídavého napětí o frekvenci $f = 50$ Hz a zanedbatelném vnitřním odporu (obr. 4). Obvodem procházel proud o efektivní hodnotě $I_1 = 6{,}3$ mA. Jestliže jsme k prvnímu kondenzátoru připojili paralelně druhý kondenzátor o stejné kapacitě C, efektivní hodnota proudu se nezměnila.



Obr. 4

a) Určete indukčnost cívky.

b) Určete kapacitu C' kondenzátoru, kterým jsme museli nahradit druhý kondenzátor, aby nastala sériová rezonance a proud v obvodu byl co největší.

c) Při rezonanci jsme naměřili efektivní hodnotu proudu $I_r = 10{,}0$ mA. Určete rezistanci R cívky, efektivní hodnotu U_0 svorkového napětí zdroje a efektivní hodnotu U_C rezonančního napětí na kondenzátorech.

Úlohu řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.