Úlohy 1. kola 50. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Pohyb střel

Střela vystřelená z děla rychlostí $\boldsymbol{v}_0$ pod elevačním úhlem α dopadla na zem za dobu T_1. Potom byla z téhož děla stejně velkou rychlostí vystřelena střela pod elevačním úhlem 2α. Tato střela prolétla nad místem dopadu první za dobu $t_2 = 1{,}20\,T_1$ od počátku výstřelu druhé střely. Určete

a) velikost počáteční rychlosti střel a elevační úhel α,

b) dobu T_2 (v násobcích T_1), za jakou dopadne na zem druhá střela,

c) vzdálenosti l_1, l_2 od místa výstřelu, kam obě střely dopadnou,

d) vzdálenost $l_{\max}$, kam až může střela nejdále doletět.

Řešte obecně, řešení vždy vyjádřete pomocí doby T_1.

2. Koule v kapalině

Do nádoby nalijeme dvě kapaliny o hustotách ϱ_1 a ϱ_2, které se navzájem nemísí ($\varrho_1 > \varrho_2$).

a) Jak velká musí být hustota ϱ_k materiálu koule, aby do poloviny poloměru (měřeno odspodu koule) byla koule ponořena v kapalině větší hustoty a ostatní část koule v kapalině druhé?

b) Kouli z úlohy a) nyní ponoříme do kapaliny o hustotě ϱ_3, a to tak, že bude opět ponořena do jedné poloviny poloměru. Určete hustotu této kapaliny.

Řešte obecně, výsledky vždy vyjádřete pomocí hustot ϱ_1, ϱ_2. Hustotu vzduchu v části b) zanedbejte.

3. Kondenzátor

Vzduchový deskový kondenzátor je tvořen dvěma svislými obdélníkovými deskami o výšce a a šířce b, jejichž vzájemná vzdálenost je d, přičemž $d \ll a$, $d \ll b$. Tento kondenzátor připojíme ke zdroji o svorkovém napětí U.

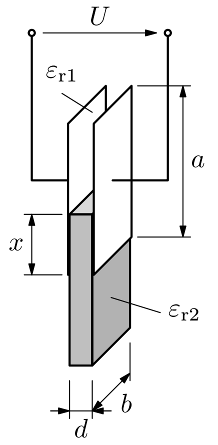
a) Mezi desky kondenzátoru částečně zasuneme ve svislém směru desku ze slídového dielektrika o relativní permitivitě $\varepsilon_{r2} > 1$ (obr. 1). Vypočtěte, jakou silou je mezi desky kondenzátoru vtahována. Tloušťka desky je přesně stejná jako mezera mezi deskami kondenzátoru; zanedbejte vliv nehomogenního pole na okrajích desek.

b) Tentýž kondenzátor umístíme nad nádobu s glycerinem o hustotě ϱ a relativní permitivitě ε_{r3} tak, aby se dolní okraje desek dotýkaly hladiny, a opět jej připojíme ke zdroji napětí. Určete, do jaké výšky h vystoupí hladina mezi deskami (obr. 2). Výška hladiny v nádobě se prakticky nezmění. Kapilární jevy zanedbejte.

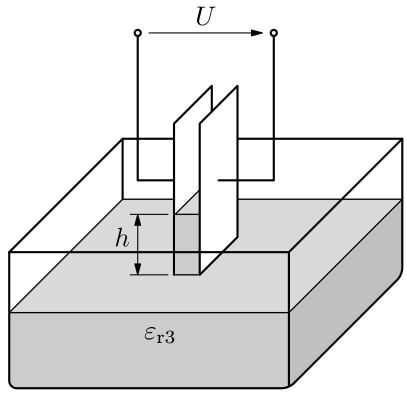
c) Vyjádřete kapacitu kondenzátoru s glycerinem jako funkci napětí mezi deskami.

d) Určete hodnotu napětí, při kterém glycerin vystoupí až do výšky horních hran desek kondenzátoru.

Řešte nejprve obecně, potom úlohy b) a d) pro hodnoty $a = 20$ mm, $b = 30$ mm, $d = 3$ mm, $U = 2$ kV, $\varepsilon_{r2} = 6$, $\varepsilon_{r3} = 43$, $\varrho = 1\,260\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Relativní permitivita vzduchu $\varepsilon_{r1} \doteq 1$.



Obr. 1



Obr. 2

4. Poskoky

Ocelová kulička uvolněná ve výši $h_0 = 1$ m nad vodorovnou ocelovou deskou poskakovala až do úplného zastavení. Celý děj, při kterém můžeme odpor vzduchu prakticky zanedbat, proběhl za dobu $t = 8{,}0$ s.

a) Po každém odrazu byla rychlost kuličky menší než těsně před odrazem. Určete poměr jejich velikostí k – *koeficient restituce* – za předpokladu, že je konstantní.

b) Kolik procent mechanické energie ztratila kulička při každém odrazu?

c) Jakou celkovou dráhu kulička proletěla?

d) Sestrojte graf závislosti okamžité výšky kuličky na čase během prvních deseti poskoků. Vyznačte přesně časy odrazů kuličky od desky a vrcholy jednotlivých úseků grafu. Zbytek dokreslete přibližně.

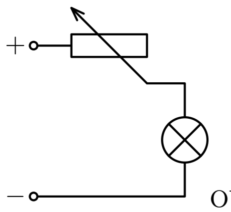
5. Regulace

Žárovka s jmenovitým příkonem P_1 a jmenovitým napětím U_1 má být napájena stejnosměrným zdrojem o elektromotorickém napětí U_e ($U_e > U_1$) a se zanedbatelným vnitřním odporem. K regulaci napětí použijeme reostat o celkovém odporu R_0.

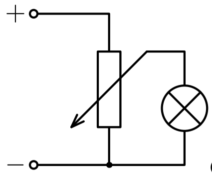
a) Reostat připojíme k žárovce sériově (obr. 3). Určete odpor R části reostatu, kterou prochází proud, a účinnost elektrického obvodu.

b) Reostat připojíme jako potenciometr (obr. 4). Určete odpor R té části reostatu, z níž snímáme napětí pro žárovku, a účinnost elektrického obvodu.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $P_1 = 12{,}0$ W, $U_1 = 6{,}0$ V, $U_e = 18{,}0$ V, $R_0 = 20\ \Omega$.



Obr. 3



Obr. 4

6. *Praktická úloha:* **Studium rezonance v obvodu s proměnnou indukčností**

Pomůcky: jádro rozkladného transformátoru s cívkou 1 200 závitů, kondenzátor s jmenovitou kapacitou 8 μF, zdroj střídavého proudu o frekvenci 50 Hz a svorkovém napětí 5 V, ampérmetr, 3 voltmetry, papírové měřítko.

Teorie: V obvodu střídavého proudu nízké frekvence můžeme kondenzátor považovat za ideální a jeho impedance je rovna kapacitní reaktanci

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega X_C} \tag{1}$$

Cívka se chová jako sériové spojení ideální cívky o indukčnosti L a rezistoru o rezistanci R. Její impedance má velikost

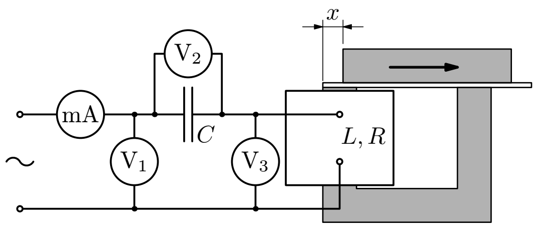
$$Z_{LR} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{1}{\omega}\sqrt{Z_{LR}^2 - R^2} \tag{2}$$

Celková impedance sériového spojení kondenzátoru a cívky je

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\,.$$

Budeme-li měnit indukčnost cívky změnou jejího jádra v sériovém obvodu s kondenzátorem a cívkou, bude mít celková impedance minimální hodnotu $Z_{\min} = R$ a obvodem bude procházet maximální proud, jestliže

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{1}{\omega^2 C}\,. \tag{3}$$



Obr. 5

Úkoly:

a) Sestavte obvod podle obrázku. Na U jádro nasaďte cívku a pak na ně připevněte proužek silnějšího papíru opatřený milimetrovým měřítkem. Na něj položte rovné příčné jádro, postupně jej posouvejte doprava podle obrázku a sledujte, jak se v závislosti na posunutí x mění údaj miliampérmetru. Při určité poloze rovného jádra dosáhne proud v obvodu výrazného maxima, nastane *sériová rezonance*.

Tuto polohu můžeme vhodně upravit změnou tloušťky papírového proužku, který vytváří dvě mezery v ocelovém jádře cívky. Pak přistoupíme k vlastnímu měření.

b) Na počátku nechť je jádro celé uzavřeno, tj. $x = 0$. Při každém posunutí o 2 mm zapište údaje miliampérmetru a všech tří voltmetrů do tabulky. V okolí rezonance postupujte po 1 mm.

c) Pro každou hodnotu x vypočítejte a zapište do tabulky celkovou impedanci obvodu $Z = U/I$, kapacitní reaktanci kondenzátoru $X_C = U_C/I$ a impedanci cívky $Z_{LR} = U_{LR}/I$.

d) Sestrojte grafy znázorňující závislost proudu I v obvodu a veličin Z, X_C a Z_{LR} na posunutí x.

e) Ověřte, že kapacitní reaktance kondenzátoru je během měření konstantní. Z aritmetického průměru naměřených hodnot určete skutečnou kapacitu kondenzátoru.

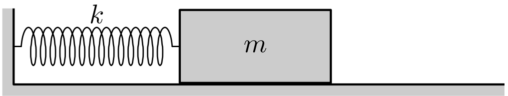
f) Užitím vztahu (3) vypočítejte indukčnost cívky při rezonanci.

g) Z tabulky a grafů určete minimální celkovou impedanci obvodu $Z_{\min} = R$ a impedanci Z_{LR} při rezonanci. Určete indukčnost cívky užitím vztahu (2). Oba výsledky porovnejte.

h) Porovnejte rezistanci R cívky s jejím odporem v obvodu stejnosměrného proudu R_{ss} změřeným pomocí ohmmetru.

7. Klouzání kvádru

Na vodorovné desce leží kvádr o hmotnosti m. Ke středu jeho boční stěny je připevněna pružina o tuhosti k a zanedbatelné hmotnosti. Druhý konec pružiny je připevněn ke stěně tak, že podélná osa pružiny je vodorovná a prochází těžištěm kvádru. Pružina není napnutá. Zvolme osu x totožnou s osou pružiny s počátkem v těžišti kvádru a orientovanou směrem od pružiny.



Obr. 6

Kvádr vychýlíme ve směru osy x tak, že jeho souřadnice jeho těžiště bude x_1. Po uvolnění se kvádr uvede do pohybu a vlivem tření se zastaví v místě, kde souřadnice jeho těžiště je x_2 $(0 < x_2 < x_1)$, a zde zůstane v klidu.

a) Určete součinitel f smykového tření mezi kvádrem a deskou.

b) Určete velikost $v_{\max}$ maximální rychlosti, které kvádr při pohybu dosáhne.

c) Určete dobu t pohybu kvádru.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 0{,}60$ kg, $k = 35\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$, $x_1 = 0{,}090$ m, $x_2 = 0{,}020$ m.