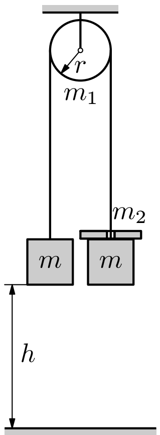
Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Úlohy krajského kola 49. ročníku FO kategorie C

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Soustava spojená vláknem

Dvě tělesa o stejných hmotnostech m jsou zavěšena na vlákně o zanedbatelné hmotnosti vedeném přes pevnou kladku o hmotnosti m_1 a poloměru r. Obě tělesa jsou v klidu ve stejné výšce h nad podložkou (obr. 1). Na pravé těleso položíme přívažek o hmotnosti m_2.



Obr. 1

a) Určete zrychlení soustavy těles.
b) Vypočtěte tahové síly ve vlákně.
c) Vypočtěte dobu, za kterou se dolní část pravého tělesa dotkne podložky.
d) Určete rychlost, kterou má pravé těleso při dopadu na podložku.
e) Vypočtěte kinetickou energii kladky v okamžiku dotyku pravého tělesa a podložky.

Řešte obecně, potom pro hodnoty: $m = 2{,}00$ kg, $m_1 = 1{,}00$ kg, $m_2 = 0{,}200$ kg, $r = 5{,}00 \cdot 10^{-2}$ m, $h = 1{,}00$ m.

Poznámka: Kladku považujte za homogenní válec s momentem setrvačnosti vzhledem k ose procházející těžištěm

$$J = \frac{1}{2} m_1 r^2 \,.$$

2. Pád koulí

Dvě plné hliníkové koule o poloměrech R a $2R$ jsou spojené pevným vláknem zanedbatelné hmotnosti. Takto vzniklé těleso vyneseme vrtulníkem do velmi velké výšky a uvolníme. Budeme předpokládat, že odporová síla působící proti pohybu koule splňuje Newtonův vzorec $F_{\text{odp}} = \frac{1}{2}CS\varrho v^2$, kde S je obsah příčného řezu tělesa, a že spojovací vlákno neovlivňuje odporovou sílu. Hustota vzduchu je $\varrho = 1{,}2\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, hustota hliníku $\varrho_0 = 2\,700\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, poloměr menší koule $R = 0{,}030\ \text{m}$, součinitel odporu pro kouli $C = 0{,}48$.

a) Úvahou rozhodněte, která ze spojených koulí dopadne dříve na vodorovný zemský povrch. Odpověď zdůvodněte.

b) Určete velikost konečné rychlosti soustavy.

c) Určete velikost síly, kterou je spojovací vlákno v konečné fázi letu napínáno.

Úlohy b) a c) řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Vztlakovou sílu vzduchu na tělesa zanedbejte.

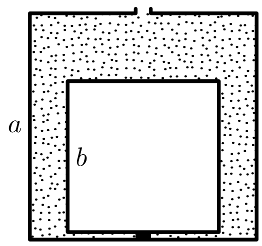
3. Teplotně kompenzované nádoby

a) Pro pokusy s plyny potřebujeme nádobu o stálém objemu $V = 1{,}00\ \mathrm{dm}^3$ nezávislém na teplotě. K dispozici máme ocelový a hliníkový plech. Nádobu získáme tak, že z jednoho materiálu zhotovíme krychlovou nádobu o hraně a, do které umístíme krychlovou dutinu o hraně b zhotovenou z druhého materiálu (obr. 2).

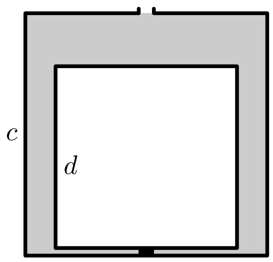
b) Obdobným způsobem chceme zhotovit nádobu na petrolej, která bude mít při teplotě $t_1 = 20\ ^\circ\mathrm{C}$ objem $V_1 = 1{,}00\ \mathrm{dm}^3$. Do krychlové nádoby o hraně c vyrobené z jednoho materiálu umístíme krychlovou dutinu o hraně d. Jestliže ji při této teplotě naplníme petrolejem a pak budeme teplotu pozvolna měnit, bude hladina petroleje stále dosahovat právě k plnicímu otvoru (obr. 3).

c) Oba návrhy zhodnoťte z praktického hlediska.

V obou případech rozhodněte, který materiál použijete na zhotovení nádoby a který na zhotovení výplňové dutiny. Určete délky vnitřních hran krychlových nádob a_1, c_1 a vnějších hran krychlových výplní b_1 a d_1 při teplotě t_1. Při této vztažné teplotě je teplotní součinitel délkové roztažnosti použité oceli $\alpha' = 1{,}05 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$, hliníku $\alpha'' = 2{,}38 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$ a teplotní součinitel objemové roztažnosti petroleje $\beta = 9{,}5 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{K}^{-1}$. Předpokládáme, že v teplotním intervalu, ve kterém budeme nádoby používat, je závislost objemů těles a kapalin na teplotě lineární.



Obr. 2



Obr. 3

4. Krystalová mřížka

Na obr. 4 je znázorněna kubická plošně centrovaná elementární buňka krystalu mědi. Středy atomů jsou ve vrcholech a středech stěn krychle.

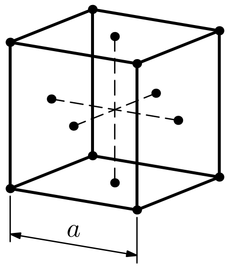
a) Určete délku a hrany této buňky, víte-li, že relativní atomová hmotnost mědi je $A_\mathrm{r} = 63{,}5$, hustota mědi $\varrho = 8\,930\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $m_\mathrm{u} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$.

Atomy mědi v krystalu někdy modelujeme pomocí tuhých kuliček, které se vzájemně dotýkají (obr. 5).

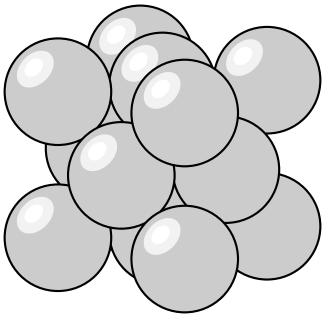
b) Určete poloměr těchto kuliček.

c) Kolik sousedních kuliček se dotýká jedné zvolené kuličky uvnitř krystalu?

d) Kolik procent objemu elementární buňky kuličky vyplňují?



Obr. 4



Obr. 5