Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Praktická úloha celostátního kola 49. ročníku FO

Karlovy Vary 2008

Měření hmotnosti

Zadání úlohy: Jednoduchými prostředky změřte několika způsoby hmotnost olověného tělíska a stanovte chyby měření.

Pomůcky: pružina o hmotnosti $m_0 = 1{,}32$ g a neznámé tuhosti k, dvě stejná závaží o hmotnosti $m = 50{,}00$ g, digitální stopky, plastové pravítko (přesnost $\pm 0{,}5$ mm), olověné tělísko, stativový materiál. Uvedené hodnoty m_0 a m považujte za přesné. Také jednotlivé časy naměřené stopkami berte jako přesné.

Úkoly:

1. Statické měření

a) Z deformace pružiny při statickém zatížení jedním a dvěma závažími určete tuhost k pružiny.

b) Z deformace pružiny při statickém zatížení jedním závažím a olověným tělískem určete hmotnost m_x tělíska.

2. Dynamické měření

a) Určete hmotnost m_x olověného tělíska z periody T_x kmitů tělíska zavěšeného na pružině, vyjdete-li ze znalosti hmotnosti pružiny a její tuhosti zjištěné v úkolu 1a.

b) Určete hmotnost m_x olověného tělíska z periody T_x kmitů tělíska zavěšeného na pružině a periody T_1 kmitů závaží o hmotnosti m zavěšeného na pružině (princip setrvačných vah). I v tomto případě přihlédněte k hmotnosti pružiny.

3. Problémová úloha

Uvažte, na jakém principu musí pracovat váhy, kterými určují svou hmotnost kosmonauti na kosmické lodi. Načrtněte jejich možné principiální schéma a popište způsob, jakým by se na nich vážilo.

Pokyny k měření a výpočtům:

- Statická měření deformace pružiny opakujte pětkrát, přičemž lze předpokládat, že tuhost pružiny je konstanta. Určete výběrové směrodatné odchylky aritmetického průměru naměřených hodnot.
- Určete chybu změřeného prodloužení pružiny s přihlédnutím k přesnosti délkového měřidla.

- Při dynamických měřeních měřte desetkrát dobu deseti kmitů. Určete výběrové směrodatné odchylky aritmetického průměru.
- K určení výběrových směrodatných odchylek doporučujeme použít kalkulačku se statistickým programem.
- U každého výpočtu tuhosti pružiny a hmotnosti olověného tělíska odvoďte nejprve potřebné vztahy.
- Při dynamických měřeních se hmotnost pružiny uplatní jen jednou třetinou.
- Určete chyby veličin získaných výpočtem.

Zápis výsledků měření a výpočtů:

- Veličinu x určenou opakovaným přímým měřením vyjádříme ve tvaru

$$x = \overline{x} \pm s(\overline{x}) = \overline{x}(1 \pm \delta(x))\,,$$

  kde $\overline{x}$ je aritmetický průměr naměřených hodnot,

  $s(\overline{x})$ je výběrová směrodatná odchylka aritmetického průměru (absolutní chyba) měřené veličiny,

  $\delta(x) = s(\overline{x})/\overline{x}$ je relativní chyba měřené veličiny.

- Pro výběrovou směrodatnou odchylku aritmetického průměru platí

$$s(\overline{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}}\,, \quad \text{kde } n \text{ je počet měření a} \quad s(x) = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}}\,.$$

  je výběrová směrodatná odchylka jednoho měření. Tu snadno určíme výpočtem na kalkulačce ve statistickém režimu (zde bývá označena σ_{n-1}).

- Je-li výběrová směrodatná odchylka menší nebo srovnatelná s odhadnutou chybou měřidla Δx, bereme jako absolutní chybu měřené veličiny

$$s'(\overline{x}) = \sqrt{s(\overline{x})^2 + (\Delta x)^2}.$$

- Způsob, jak určíme absolutní nebo relativní chybu veličiny vypočtené z veličin změřených v některých jednoduchých případech, naznačuje tabulka:

Vztah	Absolutní chyba	Relativní chyba
$u = x \pm y$	$s(\overline{u}) = \sqrt{s(\overline{x})^2 + s(\overline{y})^2}$	
$u = x \cdot y$		$\delta(u) = \sqrt{\delta(x)^2 + \delta(y)^2}$
$u = \frac{x}{y}$		$\delta(u) = \sqrt{\delta(x)^2 + \delta(y)^2}$
$u = k \cdot x,\ k = \text{konst.}$	$s(\overline{u}) = k \cdot s(\overline{x})$	$\delta(u) = \delta(x)$
$u = x^n$		$\delta(u) = n \cdot \delta(x)$