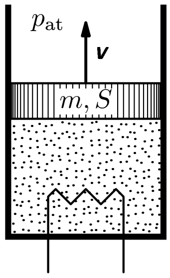
Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Úlohy krajského kola 49. ročníku FO kategorie A

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Rozpínání plynu

V tepelně izolované válcové nádobě se svislou osou je dokonale klouzajícím pístem o hmotnosti m a plošném obsahu S uzavřeno n molů helia (obr. 1). U dna nádoby je topná spirála. Kromě plynu v nádobě se ohřívají i stěny nádoby a píst o celkové tepelné kapacitě C. Jejich teplota roste stejně rychle jako teplota plynu. V důsledku zahřívání soustavy se píst rovnoměrně zvedá rychlostí $\boldsymbol{v}$. Vzduch nad pístem má atmosférický tlak p_{at}. Tepelná kapacita topné spirály je zanedbatelná.



obr. 1

a) Jak se zvýší teplota plynu za jednu sekundu?

b) Jaký je výkon P topné spirály?

Úlohu řešte obecně a pak pro hodnoty $p_{\mathrm{at}} = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa, $n = 0{,}500$ mol, $m = 5{,}00$ kg, $S = 2{,}00\ \mathrm{dm}^2$, $C = 200\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$, $v = 1{,}00\ \mathrm{mm \cdot s^{-1}}$.

2. Kometa

Kometa 8P/Tuttle obíhá okolo Slunce s periodou $T = 13{,}62$ r. Její vzdálenost od Slunce v periheliu je $r_{\mathrm{p}} = 1{,}02$ AU. Určete délky hlavní a vedlejší poloosy trajektorie komety, vzdálenost r_{a} od Slunce v aféliu a velikost v_{p} okamžité rychlosti při průchodu periheliem.

1 AU $= 1{,}496 \cdot 10^{11}$ m, 1 rok $= 3{,}16 \cdot 10^7$ s.

3. Kyvadlo

Tyč zanedbatelné hmotnosti a délky l je zavěšena na svém konci. Ve středu tyče a na jejím opačném konci jsou upevněny malé kuličky, každá o hmotnosti m. Kuličky považujte za hmotné body. Kyvadlo kmitá s amplitudou úhlové výchylky φ_m takovou, že kmity můžeme považovat za harmonické.

a) Určete periodu kmitů kyvadla a okamžitou úhlovou rychlost, kterou kyvadlo prochází rovnovážnou polohou.

b) Kuličku umístěnou ve středu tyče můžeme po tyči posunovat. Označme x proměnnou vzdálenost kuličky od osy otáčení, přičemž $0 < x < l$. Při jakém umístění této kuličky je perioda kmitů minimální a při jakém maximální? Určete též tyto periody T_min a T_max.

4. Těžní lana s klecí

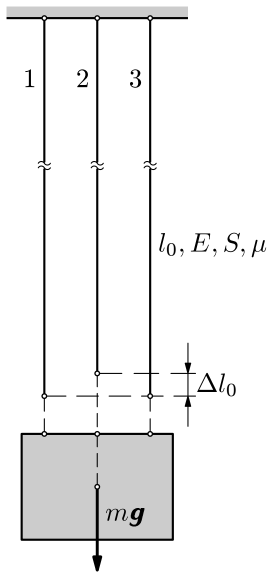
Tři lana pro hlubinný důl jsou volně zavěšena ve stejných vzdálenostech od sebe. V nezatíženém stavu ve vodorovné poloze měla krajní lana délku l_0 a prostřední lano bylo o malou délku $\Delta l_0 \ll l_0$ kratší. Lana mají stejný příčný průřez S, délkovou hustotu hmotnosti μ a Youngův modul E. Na lana zavěsíme těžní klec o hmotnosti m a spustíme ji dolů. Těžiště klece se nachází na prodloužení osy prostředního lana (obr. 2).

a) Určete prodloužení jednotlivých lan způsobené jejich vlastní tíhou.

b) Určete síly, kterými působí na lana zavěšená klec, pokud je v klidu, a prodloužení lan vyvolaná těmito silami.

c) Určete největší napětí v jednotlivých lanech.

d) Spustíme-li klec dolů tak, že zastaví bez brzdění, začne konat harmonické kmity. Vypočtěte jejich frekvenci f. V souladu s teorií kmitů připočtěte k hmotnosti klece jednu třetinu hmotnosti lan.



Obr. 2

Úlohu řešte obecně a pak pro hodnoty $l_0 = 950$ m, $\mu = 4{,}70$ kg/m, $S = 500\ \mathrm{mm}^2$, $E = 9{,}00 \cdot 10^{10}$ Pa, $\Delta l_0 = 250$ mm, $m = 8\,500$ kg.