Úlohy 1. kola 49. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Jízda tunelem

Před tunelem délky $d = 320$ m stojí vlak tak, že přední nárazníky lokomotivy jsou přesně na začátku tunelu. Na signál průvodčího se vlak začal rozjíždět. V tomto okamžiku cestující stojící na samém konci vlaku zmáčkl stopky. Zaznamenal, že v čase $t_1 = 30$ s se dostal do tunelu a v čase $t_3 = 50$ s projížděl koncem tunelu. Po celou dobu byl pohyb vlaku rovnoměrně zrychlený.

a) Určete délku l vlaku a čas t_2 výjezdu předního konce lokomotivy z tunelu. Řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty.

b) Sestrojte na intervalu $t \in \langle 0, t_3 \rangle$ graf závislosti rychlosti vlaku na čase a v grafu vyznačte obrazce vyjadřující délku vlaku a délku tunelu.

2. Let ve větru

Pilot se chtěl dostat do cílového místa ležícího v severním směru od místa startu. Nasměroval proto letadlo na sever, avšak nevzal v úvahu, že fouká jihozápadní vítr. Za dobu $t_1 = 60$ min zjistil, že se účinkem větru odchýlil od původního směru. Nasměroval proto podélnou osu letadla na západ a za další dobu $t_2 = 15$ min dosáhl cíle. Velikost rychlosti letadla za bezvětří je $v_1 = 180$ km/h.

a) Určete vzdálenost d cíle od startu a velikost v_2 rychlosti větru. Nakreslete obrázek s využitím principu superpozice. Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

b) Určete velikosti u_1, u_2 rychlostí letadla vzhledem k zemi v první a v druhé fázi letu. Úlohu řešte graficky, velikost v_2 rychlosti větru určenou v úloze a) považujte při konstrukci za známou.

V uvažovaném letovém prostoru považujme poledníky za navzájem rovnoběžné přímky v rovinném zemském povrchu. Jihozápadní vítr je vítr vanoucí od jihozápadu, to znamená, že jeho směr svírá s poledníky i s rovnoběžkami úhel $45°$.

3. Srážka vagonů

Prázdný vagon o hmotnosti m_0 se pohybuje po vodorovných kolejích rychlostí o velikosti v_1. Druhý stejný vagon je naložený a stojí na kolejích. Při nárazu se vagony automaticky spojí a dále se pohybují společně rychlostí o velikosti v.

a) Určete hmotnost m nákladu druhého vagonu.

b) Určete, kolik procent mechanické energie se během srážky přeměnilo na vnitřní energii.
c) Předpokládejme, že stojící vagon může mít náklad od nulové hmotnosti až po hmotnost maximální $m_{\mathrm{max}} = 2m_0$. První vagon na něj opět najíždí rychlostí o velikosti v_1. Určete minimální velikost rychlosti v_{min} a maximální velikost rychlostí v_{max}, kterými se po nárazu prázdného vagonu souprava může pohybovat.

Úlohy a), b) řešte nejprve obecně, pak pro hodnotu $v = 0{,}3v_1$.

4. Kyvadlo

Malá kulička o hmotnosti m je zavěšena na vlákně délky l.

a) Kuličku vychýlíme z rovnovážné polohy tak, že napnuté vlákno je vodorovné, a uvolníme. Určete velikost síly, kterou je napínáno vlákno při průchodu rovnovážnou polohou.
b) Kuličku vychýlíme z rovnovážné polohy o úhel α a uvolníme. Určete velikost síly, kterou je napínáno vlákno při průchodu rovnovážnou polohou. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnotu $\alpha = 75°$.
c) Určete úhel α_1 výchylky, při které je vlákno v okamžiku průchodu rovnovážnou polohou napínáno dvakrát větší silou, než když kulička visí v klidu.

5. Rozpad střely

Střela skládající se ze dvou částí obsahuje pružinový systém nastavitelný tak, že během letu se obě části v podélné ose střely od sebe oddělí. Neaktivovaná střela byla vystřelena prakem ze země svisle vzhůru a dopadla jako celek na zem v čase $t_0 = 6{,}0$ s. Jestliže je střela aktivována v nejvyšší poloze svého letu, dopadne spodní část střely na zem v čase $t_1 = 5{,}0$ s. Podélná osa střely zachovává během celého letu svislý směr. Hmotnosti horní a dolní části střely jsou v poměru $m_2 : m_1 = 1 : 3$. Odpor vzduchu zanedbejte.

a) Určete maximální výšku h_{m} horní části střely nad zemí a čas t_2 dopadu horní části střely měřený od okamžiku vystřelení celé střely, jestliže je střela aktivována v nejvyšší poloze.
b) Určete maximální výšku h'_{m} horní části střely, bude-li systém aktivován již v čase $t' = 1{,}2$ s po vystřelení prakem.

6. *Praktická úloha:* **Studium pohybu kyvadla**

Na nit zanedbatelné hmotnosti zavěsíme těleso zanedbatelných rozměrů vzhledem k délce závěsu. Po vychýlení z rovnovážné polohy a po uvolnění začne těleso konat periodický kmitavý pohyb. Pomocí stopek budeme měřit periodu těchto kmitů.

a) Ověřte měřením, že perioda T kmitů prakticky nezávisí na počáteční výchylce, pokud je malá v porovnání s délkou závěsu.

b) Nastavte postupně 8 až 10 různých délek l závěsu a při respektování výsledku úlohy a) pro každou změřte dobu 20 period. Výsledky zapište do tabulky a vypočtěte zbývající hodnoty.

$\frac{l}{\mathrm{m}}$	$\frac{20T}{\mathrm{s}}$	$\frac{T}{\mathrm{s}}$	$\frac{l^2}{\mathrm{m}^2}$	$\frac{T^2}{\mathrm{s}^2}$

c) Budeme předpokládat, že platí právě jedna ze tří přímých úměrností:
1. $T = kl$, tj. perioda kmitů je přímo úměrná délce závěsu.
2. $T^2 = kl$, tj. druhá mocnina periody kmitů je přímo úměrná délce závěsu.
3. $T = kl^2$, tj. perioda kmitů je přímo úměrná druhé mocnině délky závěsu.

Podle vyplněné tabulky vyneste do grafů body jednotlivých závislostí a tam, kde budou nejlépe ležet v přímce procházející počátkem, tuto přímku sestrojte. Určete směrnici k sestrojené přímky. Grafické zpracování proveďte, pokud možno, na počítači, například v programu Excel.

d) Z teorie pohybu tzv. matematického kyvadla, jemuž se použité kyvadlo blíží, plyne pro měřenou konstantu přímé úměrnosti $k' = 4\pi^2/g$, kde g je tíhové zrychlení. Porovnejte hodnotu této konstanty s hodnotou určenou v úloze c).

e) Zformulujte závěr, jak závisí perioda kmitů kyvadla na jeho délce.

Návod zpracování úlohy v Excelu: Vyplňte první dva sloupce tabulky naměřenými hodnotami a užitím vzorců dopočítejte zbývající sloupce. Kurzorem označte vždy dvojici sloupců s daty a vložte *Graf*. Volte typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů) – zobrazí se soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich zvolte z nabídky *Přidat spojnici trendu*, dále *Typ trendu – Lineární*, v *Možnostech* vyberte *Hodnota* $y = 0$ a *Zobrazit rovnici regrese*. Tím se zobrazí přímka směřující do počátku a rovnice této přímky, z níž přečteme směrnici.

7. Země a Venuše

Země a Venuše obíhají kolem Slunce po elipsách málo odlišných od kružnic s periodami oběhu $T_\mathrm{z} = 365{,}25$ d a $T_\mathrm{v} = 224{,}63$ d. Pro jednoduchost dále předpokládejme, že trajektorie obou planet tvoří kružnice ležící v téže rovině. Poloměr trajektorie Země je $r_\mathrm{z} = 149{,}6 \cdot 10^6$ m.

a) Určete z údajů v zadání poloměr r_v trajektorie Venuše.

b) Venuše se někdy nazývá buď Jitřenka nebo Večernice. Vysvětlete a zdůvodněte tato pojmenování.
c) Určete z údajů v zadání maximální elongaci Venuše, tj. maximální úhel α, který svírají spojnice pozemského pozorovatele s Venuší a se Sluncem.
d) Určete z údajů v zadání dobu T, po které se opakuje stejná vzájemná pozice Země, Venuše a Slunce, tzv. synodickou dobu oběhu Venuše.

Úlohy a), c), d) řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty.