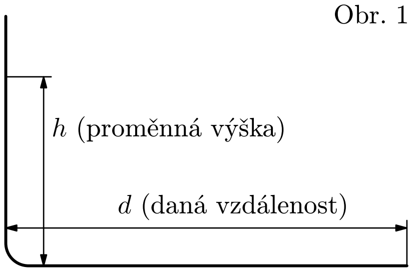
Úlohy 1. kola 49. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Pád při stěně

Drobné tělísko padalo volným pádem podél svislé stěny z výšky h a dole po hladkém oblém přechodu přešlo na hladkou vodorovnou rovinu, po které se klouzalo do vzdálenosti d (obr. 1). Třecí síla a odpor vzduchu byly po celou dobu uvažovaného pohybu zanedbatelné. Také velikost oblého přechodu je zanedbatelná.



Obr. 1

a) Určete závislost celkové doby pohybu t na proměnné počáteční výšce h, z níž je těleso spuštěno.

b) Sestrojte graf této závislosti pro $d = 4{,}5$ m a h v intervalu $\langle 0, 2d \rangle$. Úkol proveďte tak, že sestrojíte graf doby pádu na svislém úseku, poté graf doby pohybu na vodorovném úseku a nakonec součtový graf těchto funkcí.

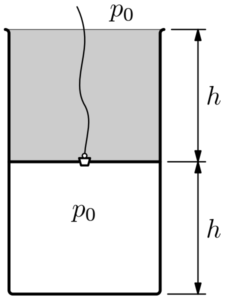
c) Najděte takovou výšku H, pro kterou je celková doba pohybu minimální, a určete tuto dobu $t_{\min}$. Úlohu je možné řešit bez derivace, pro úpravu výrazu s racionálními exponenty lze použít vztah

$$A^2 + B^2 = A^2 - 2AB + B^2 + 2AB = (A - B)^2 + 2AB\,.$$

Úlohu řešte obecně, pak pro hodnotu $d = 4{,}5$ m.

2.

Válcová nádoba výšky $2h$ je uprostřed opatřena vodorovnou přepážkou s malým otvorem. Horní část nádoby je naplněna vodou o hustotě ϱ, pod přepážkou je vzduch atmosférického tlaku p_0 (obr. 2). Otvor v přepážce uvolníme a voda začne protékat do dolní části nádoby. Děj bude probíhat za stálé teploty.



Obr. 2

a) Do jaké výšky x musí vystoupit hladina v dolní části nádoby, aby vzduch začal probublávat otvorem v přepážce nahoru?

b) Jak se změní výsledek úlohy a), budeme-li do horní části nádoby plynule přilévat vodu a udržovat hladinu v původní výšce?

Úlohu řešte obecně a pro hodnoty $\mathrm{p_0} = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa, $\varrho = 1000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $h = 1{,}00$ m.

3. Automobil

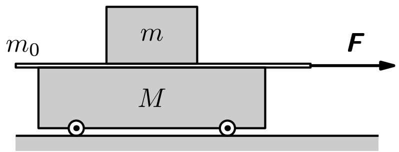
Po přímé vodorovné silnici jede osobní automobil stálou rychlostí o velikosti v. Hmotnost automobilu je 920 kg, valivý odpor kol a tření v ložiskách odhadujeme na 5 % tíhy automobilu. Čelní řez automobilu má obsah $S = 2{,}0\ \mathrm{m}^2$, hustota okolního vzduchu je $\varrho = 1{,}2\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, součinitel odporu automobilu je $C = 0{,}34$. Odporovou sílu, kterou na automobil působí okolní vzduch, lze určit z Newtonova vzorce $F_\mathrm{o} = \frac{1}{2}CS\varrho v^2$. Automobil užívá benzin o hustotě $\varrho_\mathrm{p} = 720\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ a výhřevnosti $H = 46\ \mathrm{MJ\cdot kg^{-1}}$ (tj. dokonalým spálením 1 kg benzinu získáme teplo $Q = 46$ MJ). Účinnost, s jakou automobil využije získané teplo, je 36 %.

a) Určete celkovou odporovou sílu působící na automobil, výkon automobilu, práci vykonanou automobilem na dráze $s = 100$ km a spotřebu benzinu V_p v litrech na 100 km při rychlostech $36\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$, $54\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$, $72\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$, $90\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$, $108\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ a $144\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$. Z vypočtených hodnot sestavte tabulku.

b) Sestrojte graf závislosti spotřeby benzinu na rychlosti automobilu v intervalu $\langle 36\ \mathrm{km\cdot h^{-1}};\ 144\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}\rangle$.

4. Pohyb s klouzáním

Na hladkém vodorovném stole leží vozík o hmotnosti $M = 3{,}00$ kg. Na něm je položen list papíru o hmotnosti $m_0 = 5{,}0$ g, na kterém leží kvádr o hmotnosti $m = 1{,}00$ kg. Součinitel smykového tření mezi papírem a každým z obou těles je $f = 0{,}70$. Valivý odpor koleček vozíku je zanedbatelný. Na list papíru začneme působit ve vodorovném směru silou $\boldsymbol{F}$ (obr. 3).



Obr. 3

a) Jakou podmínku musí splňovat velikost síly F, aby byl kvádr vzhledem k listu papíru v klidu?

b) Jakou podmínku musí splňovat velikost síly F, aby byl vozík vzhledem k listu papíru v klidu?

c) Určete zrychlení listu papíru, jestliže 1) $F = 3$ N, 2) $F = 11$ N.

Rozdíl mezi součinitelem smykového tření f a součinitelem klidového tření f_0 zanedbejte.

5. Extrasolární planeta

V agenturní zprávě se uvádí: *Ve vzdálenosti zhruba 20 světelných let se v souhvězdí Vah nachází hvězda* Gliese 581 *o zdánlivé hvězdné velikosti 10 magnitud. Hvězda je mnohem menší a chladnější než Slunce, což ji řadí do kategorie červených trpaslíků. V roce 2007 astronomové u ní objevili soustavu tří planet. Nejmenší z nich má parametry blízké planetě Zemi – její průměr je jeden a půl násobek průměru Země a její hmotnost pětinásobkem hmotnosti Země. Kolem své mateřské hvězdy oběhne jednou za 13 dní ve vzdálenosti zhruba 14krát menší než je vzdálenost Země od Slunce. Z této těsné oběžné dráhy kolem chladné hvězdy plyne střední teplota povrchu mezi 0 až 40 °C. To by umožňovalo existenci vody v kapalném skupenství, což je jedna ze základních podmínek života.*

Z údajů ze zprávy a bez použití hodnot z tabulek vyjádřete

a) střední hustotu ϱ planety jako násobek střední hustoty ϱ_z Země,
b) gravitační zrychlení a_g na povrchu planety jako násobek gravitačního zrychlení a_{gz} na povrchu Země,
c) únikovou (parabolickou) rychlost v_p na povrchu planety jako násobek únikové rychlosti v_{pz} na povrchu Země,
d) hmotnost M hvězdy jako násobek hmotnosti M_s Slunce.

6. *Praktická úloha:* **Měření viskozity vody**

Úkol: Určete viskozitu vody měřením průtoku vody tenkou vodorovnou trubicí.

Teorie: Informace o veličině *viskozita* a jejím významu naleznete ve studijních textech z knihovničky FO: Vybíral, Zdeborová: *Odporové síly*,, Vybíral, Zdeborová: *Pohyb těles s vlivem odporových sil.*

V naší úloze použijeme *Hagenův-Poisseuillův zákon* pro objemový průtok kapaliny tenkou trubicí při laminárním proudění

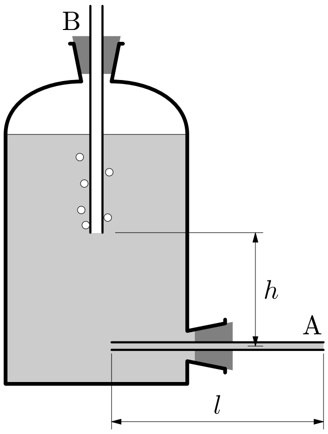
$$Q_V = \frac{V}{t} = \frac{\pi r^4}{8\eta} \cdot \frac{\Delta p}{l}\,, \qquad (1)$$

kde V je objem vody, která projde trubicí za dobu t, r je vnitřní poloměr trubice, η je viskozita vody, l je délka trubice a Δp je rozdíl tlaků vody na vstupu a výstupu trubice.

Postup:

1. Měření proveďte pomocí Mariottovy láhve upravené podle obr. 4. Do dolního otvoru zasuňte zátku s vodorovnou měřicí trubicí A o vnitřním poloměru 2 až 4 mm dlouhou 10 až 15 cm. (Pokud neseženete Mariottovu láhev, použijte upravenou plastovou láhev.) Láhev naplňte destilovanou vodou a horní otvor uzavřete zátkou se svislou trubicí B. Voda začne vytékat trubicí A. Jakmile z trubice B budou vstupovat do láhve bublinky vzduchu, bude se mezi vstupem a výstupem měřicí trubice udržovat stálý rozdíl tlaků. Určete jeho velikost. *Výškový rozdíl h nastavte tak, aby voda vytékala co nejpomaleji, ale plynule.*

2. Vodu nechte vytékat do vhodné nádoby, dokud hladina v láhvi neklesne k dolnímu konci trubice B, a změřte dobu vytékání t. Objem vody V určete vážením nebo odměrným válcem.
3. Pečlivě určete vnitřní poloměr trubice r. Použijte různé metody a výsledky porovnejte. Proč je tak důležité přesně určit poloměr? Jednou z možností je zvážit suchou prázdnou trubici (delší kus) a pak tutéž trubici naplněnou vodou a uzavřenou malými kousky žvýkačky. Rozdíl hmotností je roven hmotnosti vody v trubici a je z něj možno určit vnitřní poloměr.
4. S použitím vztahu (1) určete viskozitu vody a vyhodnoťte chybu měření.



Obr. 4

5. Měření proveďte při různé teplotě vody v rozmezí 10 °C až 50 °C a nakreslete graf závislosti viskozity na teplotě.
6. Výsledky měření porovnejte s hodnotami v tabulkách (např. Brož, Roskovec, Valouch: *Fyzikální a matematické tabulky*, SNTL, Praha 1980).

7. Ethanolový teploměr

Nádobka i kapilární trubice ethanolového teploměru pro měření teplot v intervalu od 0 °C do 80 °C jsou vyrobeny ze skla, jehož délkové rozměry se v daném oboru mění v zavislosti na teplotě lineárně, přičemž teplotní součinitel délkové roztažnosti pro vztažnou teplotu 0 °C je $\alpha = 8{,}3 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$. Závislost hustoty ethanolu na teplotě v intervalu 0 °C až 80 °C je naopak dosti nelineární, což je zřejmé z tabulky:

$t/°\mathrm{C}$	$\varrho/\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^3$	$t/°\mathrm{C}$	$\varrho/\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^3$	$t/°\mathrm{C}$	$\varrho/\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^3$
0	806,3	30	781	60	754
10	797,9	40	772	70	745
20	789,5	50	763	80	735

Stupnice teploměru je vyryta na kapilární trubici a má při teplotě 0 °C délku $l_0 = 20{,}0$ cm, obsah vnitřního průřezu kapiláry při 0 °C je $S_0 = 1{,}00\ \mathrm{mm}^2$.

a) Určete objem V_0 nádobky teploměru včetně dolní části kapiláry pod stupnicí při teplotě 0 °C.

b) Určete polohu bodů stupnice teploměru po 10 °C a stupnici narýsujte.

c) Při řešení nejprve počítejte i se závislostí délky stupnice a obsahu vnitřního průřezu kapiláry na teplotě. Při druhém řešení tuto závislost zanedbejte. Jak se změní výsledky?