Úlohy 1. kola 49. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

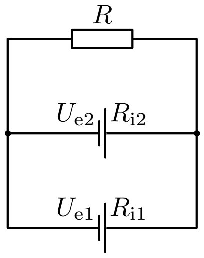
1. Baterie článků

Dva paralelně spojené články tvoří baterii. Články mají elektromotorická napětí U_{e1}, U_{e2} a vnitřní odpory R_{i1}, R_{i2}. K baterii můžeme připojit rezistor o zcela libovolném odporu R.

a) Určete napětí U na rezistoru, má-li jeho odpor danou hodnotu $R = R_0$.

b) Určete podmínku pro odpor R rezistoru, aby jedním ze zdrojů protékal proud v opačném směru než odpovídá jeho polaritě.

c) Určete odpor R' rezistoru, při němž je jeho příkon maximální, a tento maximální příkon P_{max}.

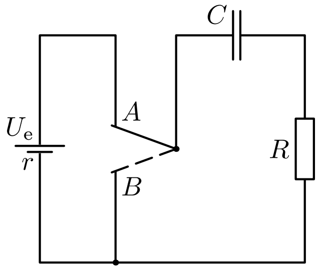


Obr. 1

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $U_{e1} = 1{,}2$ V, $U_{e2} = 2{,}1$ V, $R_{i1} = 0{,}5\ \Omega$, $R_{i2} = 2{,}0\ \Omega$, $R_0 = 6{,}0\ \Omega$.

2. Úsporný obvod

V obvodu, jehož schéma je na obr. 2, je spotřebič o odporu $R = 10\ \Omega$ napájen ze zdroje o elektromotorickém napětí $U_e = 100$ V a vnitřním odporu $r = 100\ \Omega$ přes kondenzátor o kapacitě $C = 200\ \mu$F a přepínač, který se 10krát za sekundu střídavě přepíná z kontaktu A na kontakt B a naopak. Doba potřebná k přepnutí z jedné polohy do druhé je zanedbatelná. V každé poloze tedy přepínač setrvává po dobu $t_1 = 0{,}10$ s. Za tuto dobu se kondenzátor po přepnutí ke kontaktu A prakticky zcela nabíjí a po přepnutí ke kontaktu B prakticky zcela vybíjí.



Obr. 2

Porovnejte účinnost obvodu a průměrný výkon spotřebiče v tomto zapojení a v obvodu, ve kterém by byl spotřebič o daném odporu R přímo připojen ke zdroji o daném elektromotorickém napětí U_e a daném vnitřním odporu r.

3. Hod kamenem přes budovu

Budovu šířky l a výšky h s rovnou střechou chceme přehodit kamenem tak, že počáteční rychlost kamene má být co nejmenší. Kámen opustí naši ruku ve výšce h_0 nad zemí.

a) V jaké vzdálenosti d_0 od budovy zvolíme počáteční bod vrhu?

b) Jaká musí být počáteční rychlost kamene?

c) V jaké vzdálenosti d od budovy kámen dopadne?

d) Jak dlouho kámen poletí?

Úlohu řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $l = 6{,}0$ m, $h = 5{,}0$ m, $h_0 = 2{,}0$ m. Odpor vzduchu zanedbejte.

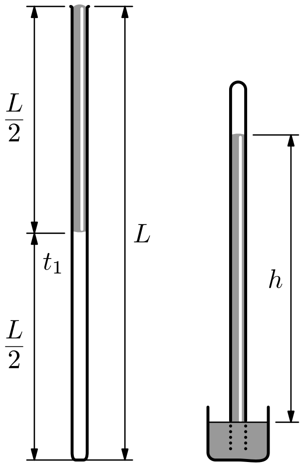
4. Vypuzování rtuti

V úzké svislé trubici konstantního průřezu dlouhé $L = 120$ cm, dole zatavené, je při teplotě $t_1 = 17$ °C uzavřen sloupec vzduchu výšky $L/2$ stejně vysokým sloupcem rtuti (obr. 3). Trubici budeme velmi pomalu zahřívat.

a) Jak se bude v závislosti na teplotě měnit výška l sloupce vzduchu?

b) Jaké teploty musí dosáhnout vzduch v trubici, aby z ní všechna rtuť vytekla?

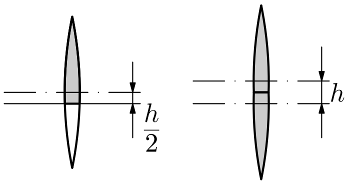
Sloupec rtuti ve rtuťovém barometru má výšku $h = 76$ cm. Změny hustoty rtuti při zahřívání trubice zanedbejte.



Obr. 3

5. Billetova dvojčočka

Dvě stejné spojky o ohniskové vzdálenosti $f = 25$ cm upravíme tak, že jejich menší část oddělíme řezem rovnoběžným s optickou osou vedeným ve vzdálenosti $h/2 = 1{,}0$ mm od středu čočky. Upravené čočky řeznou plochou přiložíme k sobě a slepíme (obr. 4). Takto získanou dvojčočku osvětlíme monofrekvenčním světlem sodíkové výbojky o vlnové délce $\lambda = 589$ nm přes úzkou štěrbinu ležící v rovině souměrnosti dvojčočky ve vzdálenosti $r_1 = 2f$. Na stínítku ve vzdálenosti $r_2 = 5{,}0$ m od dvojčočky vznikne interferenční jev v podobě řady rovnoběžných světlých proužků – interferenčních maxim (obr. 5).

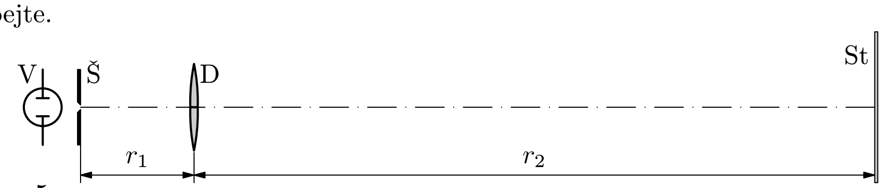


Obr. 4

a) Určete vzdálenost středů sousedních interferenčních proužků.

b) Určete celkovou šířku oblasti na stínítku, kde se interferenční proužky objeví.

Úlohu řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Tloušťku dvojčočky zanedbejte.



Obr. 5

6. *Praktická úloha:* **Určení modulu pružnosti ve smyku a momentu setrvačnosti**

Teorie:

Zavěšením osově souměrného tělesa o momentu setrvačnosti J na drát délky l a poloměru r vyrobený z materiálu o *modulu pružnosti ve smyku* G, který splývá s osou souměrnosti tělesa, získáme *torzní oscilátor*. Jestliže těleso pootočíme z rovnovážné polohy a uvolníme, začne konat otáčivý harmonický kmitavý pohyb s periodou

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{k_\mathrm{t}}}\,, \quad \text{kde} \quad k_\mathrm{t} = \frac{\pi G r^4}{2l}$$

je *torzní tuhost* (direkční moment) drátu.

Úkoly:

a) Zhotovte torzní oscilátor zavěšením vodorovné tenké dlouhé tyče uprostřed její délky na svislý drát. Změřte délku tyče a drátu, průměr drátu, hmotnost tyče a periodu torzních kmitů. Z naměřených hodnot určete modul pružnosti ve smyku materiálu, ze kterého je vyroben drát.

b) Na stejný drát zavěste uprostřed malou litinovou činku klasického tvaru (dvě koule spojené válcovou tyčí). Změřte délku drátu a periodu torzních kmitů. S užitím výsledků měření z úkolu a) určete moment setrvačnosti činky vzhledem k ose otáčení činky při kmitavém pohybu.

c) Změřte rozměry činky a její hmotnost a vypočtěte její moment setrvačnosti s užitím známých vzorců. Vypočtenou hodnotu J' porovnejte s hodnotou J určenou v úkolu b).

Pomůcky:

– ocelový drát o průměru 0,3 až 1 mm (vhodný je „vázací“ drát užívaný ve stavebnictví nebo „včelařský“ drát, v nouzi je možno použít i drát z jiného materiálu – měděný nebo hliníkový),

– kovová tyč ze stativového materiálu,

– litinová činka o hmotnosti do 2 kg (zapůjčíme v kabinetu Tv),

– držák horního konce drátu – např. malý stolní svěrák,

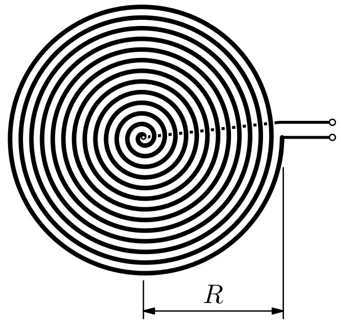
– délková měřidla – pravítko nebo svinovací měřidlo, posuvné měřidlo a mikrometr,
– stopky,
– váhy v robustnějším provedení.

Poznámky k realizaci

- Drát připevníme k tyči nebo čince tak, že konec drátu v jejím středu dvakrát těsně ovineme a pak jej dvakrát až třikrát zakroutíme kolem drátu. Délku měříme až od konce zakroucení.
- Měření v úkolech a) a b) provádějte opakovaně (5 až 10krát), určete nejpravděpodobnější hodnoty a směrodatné odchylky změřených veličin a veličin vypočtených (G a J) – viz stud. text FO: B. Vybíral: *Zpracování dat fyzikálních měření*, KFO č. 52. Respektujte vliv meze nepřesnosti použitých délkových měřidel na chybu výsledku; hmotnost určenou vážením považujte za přesnou.
- Z hlediska chyby měření je nejcitlivější stanovení poloměru drátu – je malý a ve vzorci se vyskytuje ve čtvrté mocnině. Měříme jej mikrometrem.
- Stopky spouštíme a zastavujeme při průchodu zavěšeného tělesa rovnovážnou polohou, kterou vyznačíme vhodným indikačním tělesem. Měříme 5 period kmitů (nikoli kyvů).
- Při výpočtu momentu setrvačnosti činky v úkolu c) použijte vzorce pro moment setrvačnosti koule, moment setrvačnosti válce vzhledem k ose jdoucí jeho středem kolmo k rotační ose
$$J = \frac{2}{5}mr^2\,, \qquad J = \frac{m}{4}\left(\frac{d^2}{4} + \frac{l^2}{3}\right)$$
a Steinerovu větu. U tenké tyče lze vliv jejího průměru zanedbat.

7. Cívka ve tvar spirály

Plochá cívka ve tvaru Archimedovy spirály o velkém počtu závitů n a vnějším poloměru R (obr. 6) je umístěna v homogenním magnetickém poli, jehož vektor magnetické indukce je kolmý k rovině cívky a mění se harmonicky podle zákona
$$B = B_\mathrm{m}\cos\omega t = B_\mathrm{m}\cos(2\pi f t).$$
Určete, jaké elektromotorické napětí se v cívce indukuje. Vzdálenost sousedních závitů Archimedovy spirály je konstantní.



Obr. 6

Řešte obecně a pro hodnoty $n = 13$, $R = 13$ mm, $B_\mathrm{m} = 1{,}5$ mT, $f = 1{,}0$ kHz.