Úlohy 1. kola 48. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Rozjezd automobilu

Automobil se rozjížděl z klidu rovnoměrně zrychleným přímočarým pohybem tak, že v čase $t_1 = 12$ s dosáhl rychlosti $v_1 = 18\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Kola automobilu mají poloměr $r = 0{,}25$ m.

a) Sestrojte graf závislosti okamžité úhlové rychlosti ω kola automobilu na čase a graf závislosti úhlu φ otočení kola od začátku pohybu na čase.

b) V grafu závislosti úhlové rychlosti na čase vyšrafujte plochu pod grafem na časovém intervalu 3 s až 8 s. Vypočtěte obsah vyšrafované plochy a uveďte fyzikální význam obsahu této plochy.

c) Určete směrnici přímky grafu závislosti okamžité úhlové rychlosti na čase, tj. poměr $\Delta\omega/\Delta t$. Vysvětlete fyzikální význam této veličiny.

2. Brzdná dráha

Před několika lety byla maximální povolená rychlost v obci zákonem snížena ze 60 km/h na 50 km/h.

a) Určete, o kolik procent se zmenšila doba nutná k zastavení vozidla z maximální povolené rychlosti.

b) Určete, o kolik procent se zkrátila brzdná dráha při zastavení vozidla z maximální povolené rychlosti.

c) Vypočtěte pro obě rychlosti dobu zastavení vozidla a brzdnou dráhu na vodorovné silnici pro vozidlo o hmotnosti 900 kg a brzdící sílu 4000 N.

d) Vypočtěte pro obě rychlosti dobu zastavení vozidla a brzdnou dráhu na vodorovné silnici, jestliže brzdící síla má velikost 40 % tíhové síly vozidla.

3. Vlak

Vlak tvoří lokomotiva o hmotnosti $m_0 = 72$ t a souprava 8 vagonů, každý o hmotnosti $m_1 = 30$ t. Po průjezdu nádražím rychlostí $v_1 = 36\ \mathrm{km}/h$ začal zrychlovat rovnoměrně zrychleným pohybem tak, že na dráze $s = 1\,250$ m dosáhl rychlosti $v_2 = 90$ km/h. Celá uvažovaná trajektorie leží ve vodorovné rovině.

a) Určete práci, kterou vykonal motor lokomotivy.

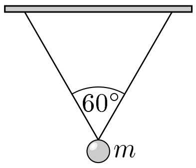
b) Určete velikost síly, kterou je souprava vagonů tažena.

c) Určete velikost zrychlení vlaku.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

4. Zavěšené břemeno

Ve vagonu pohybujícím se po přímé vodorovné trati je na vodorovné tyči na dvou vláknech stejné délky, která vzájemně svírají úhel 60°, zavěšena kulička o hmotnosti $m = 0,250$ kg (obr. 1). Určete v jednotlivých případech velikosti sil $\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_2$, kterými kulička napíná vlákna.



Obr. 1

a) Vagon se pohybuje rovnoměrným pohybem.

b) Vagon se pohybuje rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením o velikosti $a = 1{,}50\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, přičemž tyč je umístěna kolmo ke směru jízdy.

c) Vagon se pohybuje rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením o velikosti $a = 1{,}50\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, přičemž tyč je umístěna ve směru jízdy. Neumíte-li úlohu c) vyřešit početně, řešte ji pouze graficky.

5. Měření rychlosti střely

Na měření rychlosti střely byl použit malý vozík s hmotností $M = 5{,}0$ kg umístěný na vodorovných kolejnicích. Střela vystřelená z testované zbraně vnikla do vozíku ve směru rovnoběžném se směrem kolejnic a uvázla v něm. Vozík se uvedl do pohybu a zastavil na dráze $D = 24$ cm. Dalším měřením bylo zjištěno, že vozík po udělení rychlosti $v_0 = 2{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ se zastaví rovnoměrně zpomaleným pohybem na dráze $d = 154$ cm. Po vyjmutí střely z vozíku se určila její hmotnost $m = 16$ g.

a) Určete velikost v rychlosti střely před vniknutím do vozíku.

b) Určete poměr kinetických energií soustavy střela – vozík bezprostředně po zásahu a před zásahem. Vysvětlete příčinu poklesu mechanické energie.

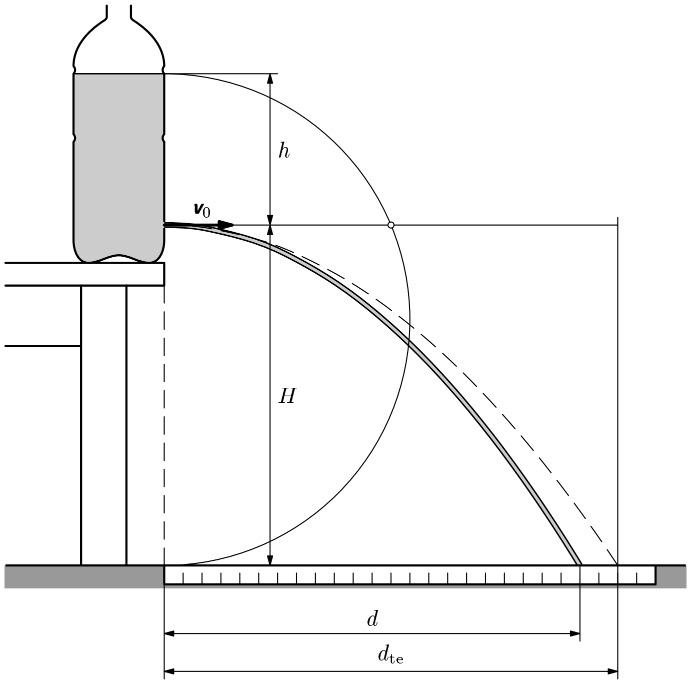
6. *Praktická úloha:* **Výtok kapaliny otvorem ve stěně**

Ve svislé stěně plastové lahve ve výšce asi 5 cm nad dnem vytvořte pomocí hřebíku zahřátého v plameni otvor o průměru 3 – 4 mm. Ke stěně lahve připevněte proužkem izolepy svisle pravítko tak, aby počátek jeho stupnice ležel ve stejné výšce jako střed otvoru. Láhev naplňte vodou a postavte ji na okraj stoličky tak, aby voda otvorem ve stěně volně vytékala na podlahu. Na ni umístěte do roviny vodního proudu tyčové nebo skládací délkové měřidlo tak, aby počátek jeho stupnice ležel přesně pod výtokovým otvorem (obr. 2). Budeme měřit závislost délky dostřiku d na výšce hladiny h nad výtokovým otvorem, který se nachází ve výšce H nad podlahou. Dopadající pramínek vody se může trhat, za souřadnici dopadu považujte odhadnutý střed stopy dopadu.

Pokud by voda v láhvi byla ideální tekutinou bez vnitřního tření, vytékala by z otvoru ve stěně počáteční rychlostí v_0 o velikosti $v_0 = \sqrt{2gh}$ a bez odporu vzduchu by dopadla na podlahu za dobu $T = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ v teoretické vzdálenosti

$$d_{\mathrm{te}} = v_0 T = 2\sqrt{H}\sqrt{h}\,. \qquad (1)$$

Délka dostřiku by tedy měla být přímo úměrná $\sqrt{h}$ s konstantou úměrnosti $2\sqrt{H}$.



Obr. 2

Úkoly:

a) Vzorec (1) vede k jednoduché eukleidovské konstrukci teoretické délky dostřiku, která byla použita na obr. 2. Vysvětlete ji.

b) Změřte výšku výtokového otvoru nad podlahou a skutečné délky dostřiku při různých výškách hladiny v lahvi. Změřené hodnoty a teoretické hodnoty vypočítané podle vzorce (1) zapište do tabulky a porovnejte je:

$\frac{h}{\text{cm}}$	$\frac{\sqrt{h}}{\text{cm}^{0,5}}$	$\frac{d}{\text{cm}}$	$\frac{d_{\text{te}}}{\text{cm}}$	$\frac{d}{d_{\text{te}}} \cdot 100\%$
2				
4				
6				
⋮				

$\frac{H}{\text{cm}}$

c) Podle tabulky sestrojte graf závislosti skutečné délky dostřiku d na druhé odmocnině výšky hladiny $\sqrt{h}$ při dané výšce H výtokového otvoru. Body zobrazující výsledky jednotlivých měření leží přibližně v přímce. Určete její rovnici. K tomu se hodí počítačový program EXCEL, který dovede řadě bodů v grafu přiřadit *lineární trend*.

d) Do stejného grafu zobrazte i závislost teoretické délky dostřiku d_{te} na $\sqrt{h}$ podle vzorce (1).

e) Z rovnice vypočtěte předpokládanou délku dostřiku při výšce hladiny 30 cm nad výtokovým otvorem.

7. Rozpad střely

Střela skládající se ze dvou částí s poměrem hmotností 2 : 1 obsahuje pružinový systém nastavitelný tak, že během letu se obě části v podélné ose střely od sebe oddělí. Těleso bylo vystřeleno prakem z věže vysoké $h = 45$ m ve vodorovném směru. Podélná osa střely je v okamžiku výstřelu vodorovná a během celého letu nemění svůj směr. Odpor vzduchu zanedbejte.

a) Určete dobu t_0 letu a velikost v_0 počáteční rychlosti, jestliže systém nebyl aktivován a těleso dopadlo jako celek na vodorovnou rovinu ve vzdálenosti $d = 90$ m od paty věže.

b) Těleso bylo vystřeleno hmotnější částí napřed. V čase $t_1 = 1{,}0$ s po vystřelení se obě části automaticky oddělily a méně hmotná část dopadla k patě věže. Určete vzdálenost d_1 místa dopadu druhé části střely od paty věže.

c) Těleso bylo vystřeleno méně hmotnou částí napřed. V čase $t_1 = 1{,}0$ s po vystřelení se obě části automaticky opět oddělily. Určete vzdálenosti d_2 a d_3 místa dopadu přední a zadní části střely od paty věže.