Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Úlohy regionálního kola 48. ročníku FO kategorie C

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Krupobití

Průměrná hustota ledových krup vznikajících v bouřkových mracích – cumulonimbech – je $\varrho_1 = 600\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$. Ledová kroupa tvaru koule o poloměru R padá za bezvětří z velmi velké výšky. Budeme předpokládat, že odporová síla působící proti pohybu splňuje Newtonův vzorec $F_{\mathrm{odp}} = \frac{1}{2}CS\varrho v^2$ a že v poslední fázi letu se velikost kroupy nemění. Hustota vzduchu je $\varrho = 1{,}2\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, součinitel odporu $C = 0{,}48$.

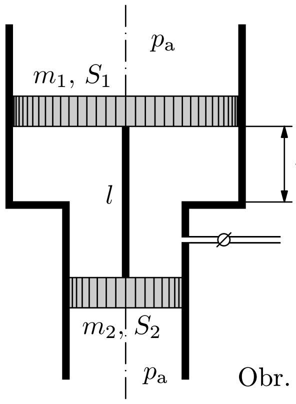
a) Určete velikost rychlosti dopadu kroupy, nejprve obecně, pak pro hodnotu $R = 6$ mm. Rozhodněte, které kroupy padají rychleji, zda malé nebo velké.

b) Odvoďte vzorec vyjadřující funkční závislost kinetické energie E_k kroupy před dopadem na zem na jejím poloměru R.

c) Dvě kroupy mají poměr poloměrů $R_1 : R_2 = 1 : 4$. Určete poměr $v_1 : v_2$ velikostí jejich rychlostí a poměr $E_{\mathrm{k1}} : E_{\mathrm{k2}}$ jejich kinetických energií před dopadem.

2. Dvojválec

V rotačním dvojválci s vertikální osou je uzavřen vzduch mezi dvěma písty, které mají hmotnosti m_1, m_2, plošné obsahy S_1, S_2 a jsou spojeny neroztažitelnou tyčí délky l a zanedbatelné hmotnosti.



Obr. 1

a) Určete látkové množství n vzduchu a jeho hmotnost m, jestliže při teplotě t je horní píst ve výšce $l/2$ nad rozhraním mezi širší a užší částí dvojválce (obr. 1).

b) Určete posunutí x pístů, jestliže se teplota vzduchu mezi písty změní o Δt.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $S_1 = 2{,}00\ \mathrm{dm^2}$, $S_2 = 0{,}50\ \mathrm{dm^2}$, $m_1 = 8{,}0$ kg, $m_2 = 2{,}0$ kg, $l = 50$ cm, $t = 27\ ^\circ\mathrm{C}$, $\Delta t = 50\ ^\circ\mathrm{C}$. Okolní atmosféra má tlak $p_\mathrm{a} = 1{,}0\cdot 10^5$ Pa. Tření mezi písty a stěnami válce je zanedbatelné. Molární hmotnost vzduchu je $M_\mathrm{m} = 28{,}96\cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg\cdot mol^{-1}}$.

3. Kulička

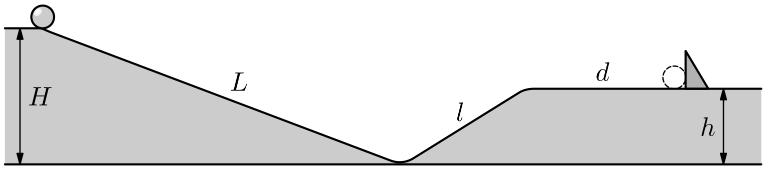
Malá kulička uvolněná na horním konci nakloněné roviny délky L a výšky H se po ní skutálela dolů, pak vystoupila po nakloněné rovině délky l a výšky $h < H$ na vodorovnou rovinu a pokračovala v pohybu, až ve vzdálenosti d narazila na zarážku (obr. 2). Za předpokladu, že valivý odpor je zanedbatelný a že kulička se valila bez klouzání, určete

a) velikost v_1 rychlosti kuličky při přechodu z jedné nakloněné roviny na druhou a velikost v_2 její rychlosti při nárazu na zarážku,

b) celkovou dobu pohybu.

Velikost kuličky zanedbejte. Přechod mezi nakloněnými rovinami a na horním konci druhé nakloněné roviny je zaoblen, aby nedošlo k nárazu a nadskočení kuličky. Rozměry zaoblení zanedbejte. Moment setrvačnosti homogenní koule o hmotnosti m a poloměru r vzhledem k ose jdoucí jejím středem je $J = \frac{2}{5}mr^2$.

Úlohu řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $L = 3{,}00$ m, $H = 90$ cm, $l = 1{,}00$ m, $h = 50$ cm, $d = 60$ cm.



Obr. 2

4. Kmity desky

Těleso leží na vodorovné desce, která koná harmonický kmitavý pohyb.

a) Kmity probíhají v horizontální rovině a mají periodu T. Součinitel statického tření mezi tělesem a deskou je μ. Určete maximální amplitudu kmitání desky tak, aby těleso po desce neklouzalo.
Řešte obecně, potom pro hodnoty $T = 0{,}50$ s, $\mu = 0{,}50$.

b) Deska kmitá harmonicky ve vertikálním směru s amplitudou y_{m}. Určete maximální frekvenci, při níž těleso ještě neodskakuje od desky.
Řešte obecně, potom pro hodnotu $y_{\mathrm{m}} = 5{,}0$ cm.