Úlohy 1. kola 48. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Vrh koulí

Vržená koule opustila ruku atleta ve výšce $h_0 = 2{,}00$ m a za dobu $T = 1{,}90$ s dopadla ve vodorovné vzdálenosti $L = 20{,}5$ m od místa, nad kterým byla uvolněna.

a) Určete velikost a směr počáteční rychlosti vrhu $\boldsymbol{v}_0$ a rychlosti dopadu $\boldsymbol{v}_1$.

b) Určete výšku vrhu H.

c) Hmotnost koule pro vrh je $m = 7{,}26$ kg. Určete kinetickou energii koule na počátku a na konci vrhu a porovnejte je.

Odpor vzduchu zanedbejte.

2. Sněhulák

Na vodorovné rovině leží tři sněhové koule, z nichž má být postaven sněhulák. Největší koule má poloměr r_1, prostřední $r_2 = kr_1$ a nejmenší $r_3 = kr_2$. Koule jsou homogenní, hustota sněhu je u všech koulí stejná. Největší koule má hmotnost m_1.

a) Určete minimální práci nutnou k postavení sněhuláka.

b) Určete výšku těžiště sněhuláka nad vodorovnou rovinou.

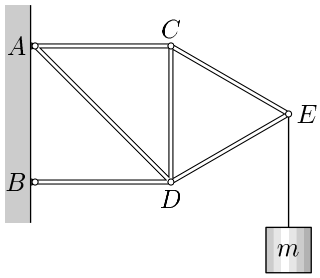
Řešte nejprve obecně, pak pro hodnotu $k = 0{,}75$.

3. Nosná konstrukce

Závaží o hmotnosti m je zavěšeno na stěně pomocí konstrukce tvořené šesti tyčemi zanedbatelné hmotnosti (obr. 1). Tyče jsou vzájemně spojeny a ke stěně připevněny šrouby. Obrazec $ABCD$ je čtverec, obrazec CDE je rovnostranný trojúhelník.

a) Určete síly, kterými působí jednotlivé tyče a stěna na šrouby.

b) Rozhodněte, které tyče jsou namáhány tahem a které tlakem.



Obr. 1

4. Zvedání tělesa v radiálním gravitačním poli

Určete práci nutnou k přemístění tělesa o hmotnosti $m = 1$ kg v gravitačním poli Země ze zemského povrchu do výšky zemského poloměru nad zemským povrchem. Zemi považujte za kouli o poloměru $R = 6\,378$ km. Gravitační zrychlení při zemském povrchu je $a_{g0} = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Úlohu řešte přibližnými metodami takto:

a) Určete horní a dolní hranici práce $W_{\max}$ a $W_{\min}$ za předpokladu, že gravitační pole je homogenní. V prvním případě počítejte s konstantním gravitačním zrychlením a_{g0} při zemském povrchu, v druhém případě s konstantním gravitačním zrychlením $a_g(R)$ ve výšce R nad zemským povrchem.

b) Rozdělte výšku $h = R$ nad zemským povrchem na 10 stejných dílů a vypočtěte gravitační zrychlení v dělících bodech. Určete horní a dolní hranici práce $\Delta W_{\max}$ a $\Delta W_{\min}$ v každém úseku za předpokladu, že gravitační pole je v celém úseku homogenní. V prvním případě počítejte s konstantním gravitačním zrychlením $a_g(r)$ v nejnižším bodě úseku, v druhém případě s konstantním gravitačním zrychlením $a_g(r)$ v nejvyšším bodě úseku.

Proveďte ještě třetí výpočet práce $\Delta\underline{W}$ v každém úseku za předpokladu že gravitační pole je v celém úseku homogenní a za gravitační zrychlení vezměte aritmetický průměr z hodnot vypočítaných v krajních bodech.

Pro každý způsob výpočtu určete sečtením jednotlivých hodnot celkovou práci na všech deseti úsecích. Součty $W_{\max}(10)$, $W_{\min}(10)$, $\underline{W}(10)$ porovnejte a odhadněte, který se nejvíce přibližuje přesné hodnotě celkové práce.

Výpočty zpracujte užitím EXCELu nebo jiného počítačového programu do tabulky:

r/R	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	
$a_g(r)/\mathrm{m\cdot s^{-2}}$												Σ
$\Delta W_{\max}/\mathrm{MJ}$	–											
$\Delta W_{\min}/\mathrm{MJ}$	–											
$\Delta\underline{W}/\mathrm{MJ}$	–											

c) Proveďte výpočet jako v úloze b) s „jemnějším“ rozdělením výšky například na 20, 50, 100 stejných dílů a sledujte, jak se všechny tři získané hodnoty k sobě přibližují.

5. Odpařování

Během 24 hodin se z válcové nádoby o průměru $D = 7{,}0$ cm při teplotě 30 °C odpařilo tolik vody, že hladina klesla o 5,0 mm.

a) Kolik molekul se odpařilo za 1 sekundu?

b) Předpokládejme, že molekuly vody mají tvar krychličky a jsou uspořádány ve vrstvách o tloušťce jedné molekuly. Za jak dlouho se odpaří jedna taková vrstva?

Hustota vody při teplotě 30 °C je $996\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

6. *Praktická úloha:* **Určení výsledné tuhosti dvou pružin spojených paralelně a sériově**

Pomůcky: 2 pružiny o různé tuhosti, několik větších závaží s háčky, váhy a sada závaží, stopky, kousek drátu.

Teorie: Mechanický oscilátor tvořený pružinou o tuhosti k a hmotnosti m_0, na které je zavěšeno těleso o hmotnosti m, kmitá s periodou

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \frac{m_0}{3}}{k}}\,. \tag{1}$$

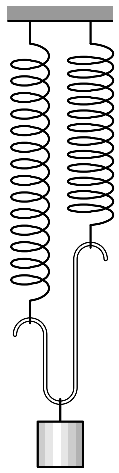
Úkoly:

a) Na dvě různé pružiny zavěšujte postupně závaží o různé hmotnosti a změřte periody kmitání takto získaných oscilátorů. Užitím vztahu (1) určete experimentálně tuhosti obou pružin.

b) S použitím výsledků získaných v úkolu a) určete teoreticky výslednou tuhost obou pružin, jsou-li spojeny: 1) sériově, 2) paralelně.

c) Na obě pružiny spojené 1) sériově, 2) paralelně zavěšujte různá závaží a stejným způsobem jako v úkolu a) určete experimentálně výslednou tuhost spojených pružin. Získané hodnoty porovnejte s výsledky výpočtů v úkolu b).

Poznámka k provedení: Na paralelně spojené pružiny zavěšujte závaží pomocí delšího dvojitého háčku, který si zhotovíte z kousku drátu (obr. 2). Tím dosáhnete, že obě pružiny budou deformovány stejně. Jsou-li délky nezatížených pružin různé, připravíme dvojháček nesymetrický. Hmotnost dvojháčku přičtěte k hmotnosti závaží.



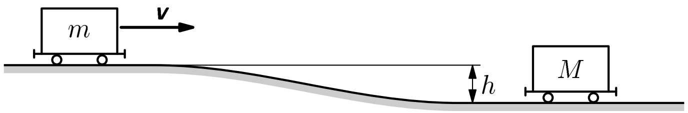
Obr. 2

7. Pružná srážka

Prázdný vagon o hmotnosti m se pohybuje po vodorovných kolejích rychlostí $\boldsymbol{v}$ (obr. 3). V jednom místě klesají koleje dolů a spojitě přecházejí do dalšího vodorovného úseku, který je o výšku h níže než původní. Na tomto úseku narazí do stojícího plného vagonu o hmotnosti M. Srážku považujeme za dokonale pružnou a valivý odpor kol za nedbatelný.

a) Určete rychlosti $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$ prázdného a plného vagonu po srážce.

b) Jakou velikost musí mít počáteční rychlost $\boldsymbol{v}$ prázdného vagonu, aby se po odrazu od plného vagonu vrátil na horní vodorovný úsek trati?



Obr. 3

Informace pro řešitele fyzikální olympiády a jejich vyučující fyziky

Časopis ROZHLEDY MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ vychází po dvouleté přestávce a v roce 2006 se objevuje již 81. ročník. Časopis je určen pro zájemce o matematiku, fyziku a informatiku a jeho vydávání bylo obnoveno novou redakční radou. Články jsou zaměřeny zejména na středoškoláky, ale některé z nich mohou oslovit již žáky nejvyšších ročníků základní školy. Mnoho inspirace k práci se žáky, talentovanými na matematiku a přírodní vědy, najdou v časopise Rozhledy matematicko-fyzikální i vyučující výše uvedených školních vyučovacích předmětů. Obnovený časopis vychází od ledna 2005, a to vždy čtyři čísla ročně. 81. ročník bude obsahovat tedy 4x56 stran. Část obsahu je věnována historii matematiky a fyziky a předmětovým soutěžím.
Časopis vydává Jednota českých matematiků a fyziků, a to jak pro Českou, tak i Slovenskou republiku. Distribuci časopisu provádí v zastoupení vydavatele firma MYRIS TRADE, s.r.o., P.O. Box 2, V Štíhlách 131, 142 01 Praha 4. Roční předplatné je 140 Kč. Objednávku lze zaslat na uvedenou adresu, lze též využít elektronické pošty: myris@myris.cz .

Tuto informaci si nenechte jenom pro sebe, ale rozšiřte ji mezi spolužáky na vaší škole. Vyučující prosíme, aby informaci zveřejnili na nástěnce kabinetu fyziky. Časopis bude funkční a úspěšný pouze tehdy, bude-li mít dostatek čtenářů.