Úlohy 1. kola 48. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

1. Kosmická loď

Kosmická loď se přibližuje k Měsíci po parabolické trajektorii téměř se dotýkající povrchu Měsíce. Na kruhovou dráhu v těsné blízkosti povrchu Měsíce přejde pomocí brzdícího raketového motoru, který spustí v okamžiku největšího přiblížení k Měsíci (obr. 1).

a) Určete, jak se musí při tomto manévru změnit velikost rychlosti kosmické lodi.

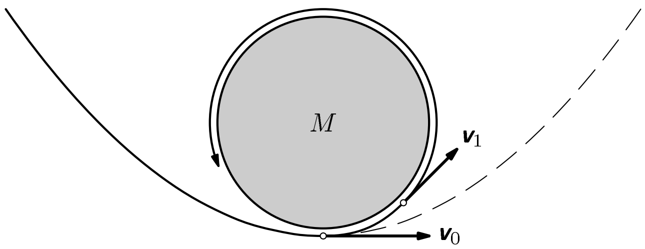
b) Určete, jakou část počáteční hmotnosti kosmické lodi tvoří palivo a okysličovadlo, které je potřebné na provedení tohoto manévru, jestliže rychlost spalin vytékajících z trysky motoru má velikost $v_\mathrm{r} = 4{,}0 \cdot 10^3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Hmotnost Měsíce je $M = 7{,}4 \cdot 10^{22}$ kg, poloměr Měsíce je $R = 1{,}7 \cdot 10^6$ m.

Při řešení úlohy b) použijte Ciolkovského rovnici ve tvaru

$$\Delta v = -v_\mathrm{r} \ln \frac{m_0}{m}\,,$$

kde Δv je změna velikosti rychlosti kosmické lodi, m_0 je počáteční a m je konečná hmotnost kosmické lodi.



Obr. 1

2. Carnotův cyklus

Carnotův cyklus probíhá mezi teplotami $T_1 = 600$ K a $T_2 = 300$ K v ideálním plynu o látkovém množství $n = 0{,}100$ molu. Nejvyšší tlak dosažený během cyklu je 3,00 MPa a nejnižší 0,100 MPa. Poissonova konstanta plynu má hodnotu $\varkappa = 1{,}40$.

a) Určete zbývající hodnoty stavových veličin ve vrcholech $p - V$ diagramu tohoto kruhového děje, tj. v bodech, kde se protínají příslušné izotermy a adiabaty.

b) Sestrojte $p - V$ diagram ve vhodném měřítku.

c) Určete teplo Q_1 přijaté plynem od ohřívače a teplo Q_2' odevzdané plynem chladiči během jednoho cyklu.

d) Určete celkovou práci W' během jednoho cyklu a účinnost cyklu.

Potřebný výklad o Carnotově cyklu včetně vztahů potřebných k vyřešení této úlohy naleznete ve studijním textu *Kruhový děj s ideálním plynem.* Knihovnička FO č. 63, MAFY, Hradec Králové 2004.

Tento text je také na internetu na `http://www.uhk.cz/fo` nebo `http://fo.cuni.cz`.

3. Složený obvod

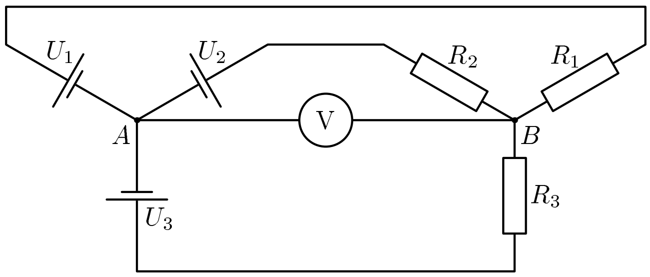
Tři zdroje o elektromotorických napětích $U_1 = 3{,}0$ V, $U_2 = 6{,}0$ V, $U_3 = 9{,}0$ V a zanedbatelném vnitřním odporu jsou připojeny zápornými póly do společného uzlu A. Kladné póly zdrojů jsou přes tři rezistory o odporech $R_1 = R_2 = 100\ \Omega$, $R_3 = 200\ \Omega$ připojeny do společného uzlu B (obr. 2).

a) Jaké napětí mezi uzly A a B naměříme voltmetrem o velmi velkém odporu?

b) Voltmetr nahradíme ampérmetrem o zanedbatelném odporu. Jaký proud naměříme?

c) Ampérmetr nahradíme rezistorem o odporu $R = 17\ \Omega$. Jaký proud jím bude procházet?

Řešte nejprve obecně a pak pro dané hodnoty.



Obr. 2

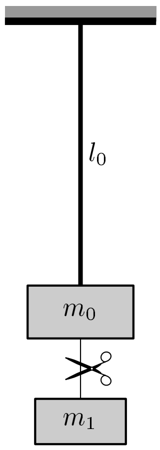
4. Kmity zavěšeného tělesa

Ocelový drát má délku l_0 a obsah příčného řezu S. Modul pružnosti oceli v tahu je E.

a) Určete práci W nutnou k takovému prodloužení drátu, kdy normálové napětí v drátu dosáhne meze úměrnosti σ_{u}.

b) Drát ve svislé poloze připevníme horním koncem k tuhé konstrukci a na dolní konec upevníme (např. na závit) těleso o hmotnosti m_0 (obr. 3). Na toto těleso zavěsíme pomocí vlákna závaží o hmotnosti m_1 $(m_1 < m_0)$. Hmotnosti jsou takové, že normálové napětí v drátu nepřekročí mez úměrnosti. Po přestřižení vlákna bude závaží o hmotnosti m_0 konat svislé kmity. Určete jejich amplitudu výchylky y_{m}, amplitudu zrychlení a_{m} a frekvenci f.

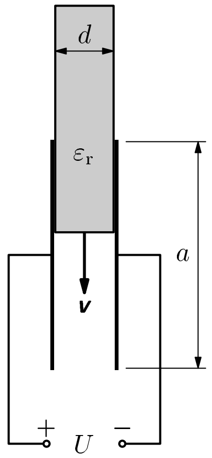
Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty:
$l_0 = 1{,}20$ m, $S = 4{,}00\ \mathrm{mm}^2$, $E = 210$ GPa, $\sigma_{\mathrm{u}} = 400$ MPa, $m_0 = 5{,}00$ kg, $m_1 = 4{,}00$ kg, $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Hmotnost drátu při zavěšení tělesa a při kmitech zanedbejte.



Obr. 3

5. Kondenzátor s proměnnou kapacitou

Vzduchový kondenzátor je připojen ke zdroji o svorkovém napětí U. Desky kondenzátoru jsou čtvercové, délka strany čtverce je a. Vzájemná vzdálenost desek je $d \ll a$. Mezi desky budeme zasouvat stálou rychlostí $\boldsymbol{v}$ čtvercovou desku o straně a a tloušťce nepatrně menší než d vyrobenou z dielektrika o relativní permitivitě ε_{r}, až zaplní celý prostor mezi deskami kondenzátoru.



Obr. 4

a) Určete, jak se bude měnit kapacita kondenzátoru a náboje na jeho deskách v závislosti na čase.

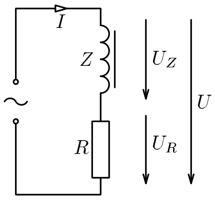
b) Určete proud protékající při tomto ději obvodem.

c) Určete změnu energie kondenzátoru během zasouvání desky a porovnejte ji s energií dodanou do obvodu za tutéž dobu zdrojem.

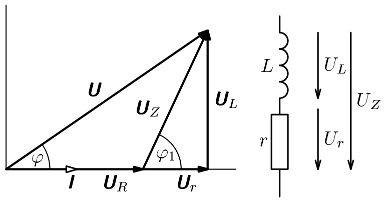
d) Na základě tohoto srovnání určete, jak velká elektrická síla bude působit na desku z dielektrika během zasouvání a jaký bude mít směr.

6. *Praktická úloha:* **Měření v obvodu s tlumivkou**

Některé spotřebiče jsou ke zdroji střídavého napětí připojeny sériově s tlumivkou – cívkou, která omezuje procházející proud (obr. 5). Vlastnosti takového obvodu můžeme popsat pomocí fázorového diagramu (obr. 6). Přitom předpokládáme, že skutečná cívka o impedanci $\boldsymbol{Z}$ se chová jako sériové spojení ideální cívky o indukčnosti L a rezistoru o rezistanci r. Celkové napětí předbíhá před proudem fázově o φ, napětí na cívce o φ_1.



Obr.5



Obr.6

Celkové napětí obvodu vyjádříme pomocí kosinové věty:

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_Z^2 + 2U_R U_Z \cos\varphi_1} = I\sqrt{R^2 + Z^2 + 2RZ\cos\varphi_1}$$

Z toho $$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z^2 + 2RZ\cos\varphi_1}}$$

Pro výkon spotřebiče platí

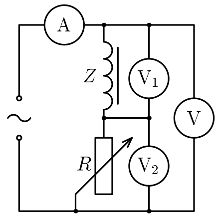
$$P = RI^2 = \frac{RU^2}{R^2 + Z^2 + 2RZ\cos\varphi_1} = \frac{RU^2}{R^2 + Z^2 - 2RZ + 2RZ(1+\cos\varphi_1)} =$$

$$= \frac{U^2}{\frac{1}{R}(R-Z)^2 + 2Z(1+\cos\varphi_1)}\,.$$

Budeme-li do obvodu s toutéž cívkou zapojovat různé spotřebiče, dosáhneme maximálního výkonu $P_{\max} = \dfrac{U^2}{2Z(1+\cos\varphi_1)}$ při rezistanci $R = Z$.

Úkoly:

a) Sestavte obvod podle obr. 7. Použijte robustnější síťový transformátor s výstupním napětím 24 V, cívku z rozkladného transformátoru o 600 závitech s rovným jádrem, reostat o odporu 100 Ω, ampérmetr a tři stejné voltmetry (v nouzi vystačíme s jedním voltmetrem).



Obr. 7

b) Postupně po malých krocích zmenšujte odpor reostatu a údaje měřicích přístrojů zapisujte do tabulky. Z naměřených hodnot pokaždé vypočítejte odpor spotřebiče (reostatu) a jeho výkon.

I/A	U/V	U_R/V	U_Z/V	R/Ω	P/W

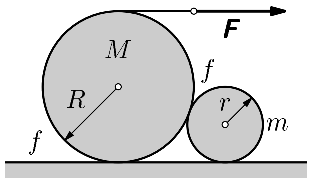
c) Sestrojte graf závislosti výkonu reostatu na jeho odporu a ověřte, že je maximální, když $R = Z$ (tj. když $U_R = U_Z$).

d) Pro případ, že $R = Z$, určete také celkový činný výkon $P_{\text{celk}} = UI\cos\varphi$ v obvodu a účinnost $\eta = P_{\max}/P_{\text{celk}}$ celého obvodu.

e) Z hodnot naměřených při maximálním výkonu spotřebiče určete indukčnost L ideální cívky a rezistanci r rezistoru, jejichž sériovým spojením bychom mohli danou skutečnou cívku nahradit.

7. Válce

Na drsné vodorovné rovině leží dva dotýkající se válce o poloměrech R a r a hmotnostech M a m. Kolem většího válce o poloměru R je navinut provaz, na jehož konci budeme působit ve vodorovném směru silou $\boldsymbol{F}$, jejíž velikost budeme zvolna zvětšovat (obr. 8).



Obr. 8

a) Určete velikost součinitele smykového tření f (stejného pro všechny styčné plochy), aby se větší válec převalil bez prokluzu přes menší válec.

b) Určete velikost síly $\boldsymbol{F}$, pro kterou k tomuto převalení dojde.