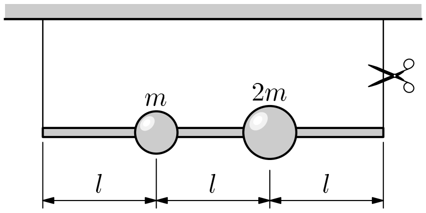
Úlohy 1. kola 48. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Uvolnění zavěšené soustavy

Tyč délky $3l$ a zanedbatelné hmotnosti je zavěšena ve vodorovné poloze pomocí dvou svislých vláken upevněných na koncích tyče. Na tyči jsou navléknuty provrtané koule o hmotnostech m a $2m$ tak, že jejich středy leží v jedné třetině a ve dvou třetinách délky tyče (obr. 1). Poloměry koulí jsou malé v porovnání s délkou tyče. Jak se změní síla napínající vlákno na straně menší koule v okamžiku, kdy vlákno na straně větší koule přestřihneme?



Obr. 1

2. Vrtulník

Odhadněte, jaký výkon musí mít motor vrtulníku, který se za bezvětří a za obvyklé teploty a atmosférického tlaku vznáší na místě. Vrtulník má hmotnost 500 kg a jeho rotor má poloměr 3 m.

Předpokládejte, že proud vzduchu vyvolaný rotorem je homogenní a celý směřuje svisle dolů.

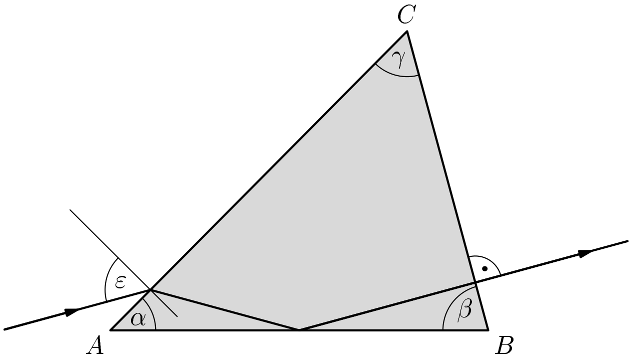
3. Optický hranol

Trojúhelník ABC je kolmým řezem optického hranolu z těžkého flintového skla. Na tento optický hranol dopadá v rovině ABC paprsek žlutého světla pod úhlem dopadu $\varepsilon = 60°$ (obr. 2). Paprsek se láme na rozhraní AC, dopadne na rozhraní AB, kde se úplně odrazí a vystupuje z hranolu v původním směru kolmo na rozhraní BC. Index lomu flintového skla pro žluté světlo je $n_{ž} =$ $= 1{,}752$.

a) Na základě těchto informací určete úhly α, β a γ.

b) Hranol doplníme ještě jedním stejným hranolem s kolmým řezem $A'BC$ tak, že bod A' je souměrně sdružený s bodem A podle osy BC. Vznikne tak tzv. přímohledný hranol pro žluté světlo. Nyní místo žlutého světla necháme na hranol dopadat bílé světlo, opět pod úhlem $\varepsilon = 60°$. Dojde k rozkladu světla na barevné spektrum. Určete úhlovou šířku spektra viditelného světla při výstupu z hranolu $ABA'C$. Index lomu těžkého flintového skla pro fialový konec spektra je $n_{\mathrm{f}} = 1{,}811$ a pro červený konec spektra $n_{\check{c}} = 1{,}735$.

Výpočty úhlů proveďte s přesností na minuty.



Obr. 2

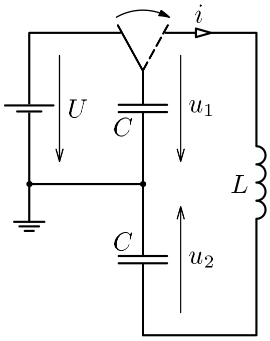
4. Kmitavý obvod

Kmitavý obvod je tvořen dvěma stejnými sériově spojenými kondenzátory o kapacitě $C = 1{,}0$ μF a cívkou o indukčnosti $L = 1{,}0$ H. Jeden z kondenzátorů nejprve nabijeme ze zdroje o svorkovém napětí $U = 5{,}0$ V a pak obvod uzavřeme (obr. 3).

a) Popište, jak se bude v závislosti na čase měnit proud i v obvodu a napětí u_1, u_2 na kondenzátorech po připojení kondenzátorů k cívce. Součástky považujte za ideální.

b) Sestrojte grafy těchto závislostí v časovém intervalu $\langle 0, 10\ \mathrm{ms}\rangle$.

c) V reálném obvodu se projeví také rezistance spojovacích vodičů a cívky. Kmity budou tlumené a po krátké době ustanou. Jaké Joulovo teplo během kmitů v obvodu vznikne? Jaký bude ustálený stav obvodu?

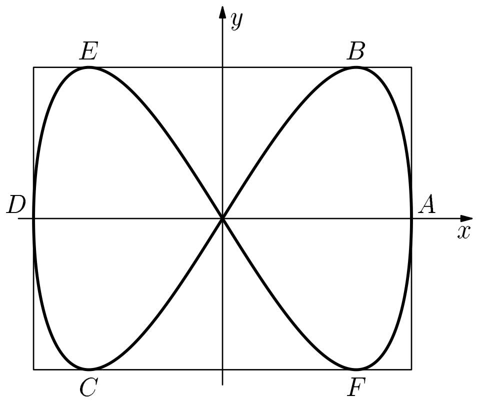


Obr. 3

5. Složené kmitání

Lissajousova křivka $ABCDEFA$ na obr. 4 je trajektorií hmotného bodu, který harmonicky kmitá současně ve směru osy x a ve směru osy y. $|AD| = 50{,}0$ mm, $|BF| = 40{,}0$ mm, Jedno proběhnutí celé křivky trvá 0,500 s. V čase $t = 0$ se hmotný bod nacházel v bodě A a pohyboval se vzhůru.

a) Napište parametrické rovnice trajektorie $x = x(t)$, $y = y(t)$.
b) Určete rychlost a zrychlení hmotného bodu ve vrcholech A a B.
c) Určete poloměry křivosti trajektorie ve vrcholech A a B.



Obr. 4

6. *Praktická úloha:* **Měření indukčnosti cívky**

Úkoly:

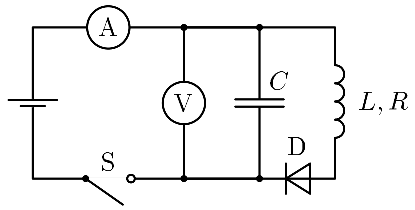
a) Sestavte obvod podle obr. 5. Použijte zdroje o napětí přibližně 5 V (například plochou baterii), cívku 1200 závitů z rozkladného transformátoru, výkonovou diodu, stejnosměrný ampérmetr, stejnosměrný voltmetr, kvalitní kondenzátor o kapacitě alespoň $8\,\mu$F (ne elektrolytický) a páčkový spínač. Měření proveďte:
- na cívce s uzavřeným jádrem,
- na cívce s rovným jádrem,
- na cívce bez jádra.

Kapacitu kondenzátoru změřte některou běžnou metodou (např. pomocí voltmetru a ampérmetru v obvodu střídavého proudu). Voltmetr by měl mít co největší odpor a rozsahy např. 20 V a 200 V.

b) Při sepnutém spínači změřte proud I procházející cívkou a napětí U_1 na kondenzátoru. Pak přepněte voltmetr na vyšší rozsah (používáte-li ručkový přístroj, změňte také jeho polaritu) a rozepněte spínač. Dojde k překmitnutí obvodu LC a na kondenzátoru se objeví velké napětí opačné polarity, které se bude zvolna zmenšovat v důsledku vybíjení kondenzátoru přes voltmetr. Změřte napětí U_2 bezprostředně po rozepnutí spínače.
Pro každý typ cívky měření několikrát zopakujte .

c) Odvoďte vztah pro výpočet indukčnosti cívky z kapacity C kondenzátoru, napětí U_1, U_2 a proudu I. Ztráty energie během překmitnutí na odporu cívky a na diodě zanedbejte.

d) Vypočtěte indukčnosti cívky s uzavřeným jádrem, s rovným jádrem a bez jádra.



Obr. 5

7. Planeta

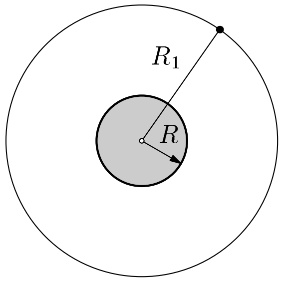
Kosmická sonda obíhá planetu o poloměru R po kruhové trajektorii o poloměru R_1 s dobou oběhu T (obr. 6). Za předpokladu, že planeta je tvořena nestlačitelnou kapalinou, určete:

a) hmotnost M a hustotu ϱ planety,

b) intenzitu gravitačního pole $\boldsymbol{K}_0$ (resp. gravitační zrychlení $\boldsymbol{a}_{g0}$) na povrchu planety,

c) závislost intenzity gravitačního pole $\boldsymbol{K}$ uvnitř planety na vzdálenosti od jejího středu.

d) závislost tlaku p v kapalině uvnitř planety na vzdálenosti od jejího středu a tlak p_S v jejím středu.



Obr. 6

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $R = 2\,440$ km, $R_1 = 3R = 7\,320$ km, $T = 7$ h 20 min. Gravitační konstanta $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$. Planeta nemá atmosféru a její rotace je zanedbatelná.