Úlohy 1. kola 47. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Vagony

Na nakloněné rovině se sklonem $\alpha = 1{,}7°$ se nachází zabrzděný vagon. Vagon odbrzdíme a po projetí dráhy $s_1 = 200$ m zablokujeme brzdy tak, že se pohybuje smykem. Součinitel smykového tření mezi koly vagonu a kolejemi je $f = 0{,}10$.

a) Sestrojte graf závislosti velikosti rychlosti na čase.

b) Sestrojte graf závislosti dráhy na čase.

2. Cyklisté na uzavřené trati

Dva cyklisté jezdí po uzavřeném okruhu délky $o = 750$ m, jeden rychlostí $v_1 = 45$ km/h, druhý rychlostí $v_2 = 27$ km/h.

a) Oba vyrazili současně opačnými směry.

b) Oba vyrazili současně stejným směrem.

c) Oba vyrazili stejným směrem, ale pomalejší cyklista o $\tau = 12$ s dříve.

Kdy a v jaké vzdálenosti od místa startu (měřeno podél okruhu) se setkají během prvních 5 minut jízdy rychlejšího cyklisty? Úlohu řešte graficky i početně.

3. Jízda v zatáčce

Při cyklistických závodech mají cyklisté projíždět protisměrnou zatáčkou, tj. zatáčkou se středovým úhlem 180°. Vozovka celé zatáčky leží ve vodorovné rovině.

a) Do zatáčky vjíždí dva cyklisté, jeden jede po kruhovém oblouku o poloměru r_1, druhý po kruhovém oblouku o poloměru r_2 $(r_1 < r_2)$. Během průjezdu zatáčkou se oba cyklisté nachází v každém okamžiku vedle sebe. Rozhodněte, který z cyklistů je více odkloněn od svislé osy. Zdůvodněte.

b) Určete nejkratší dobu $t_{\min}$, za kterou je teoreticky možné zatáčkou projet, a maximální rychlost $v_{\max}$, kterou je možné zatáčkou projíždět. Zatáčku je možné projíždět po kruhových obloucích o minimálním poloměru $r_{\min} = 5{,}0$ m a maximálním poloměru $r_{\max} = 9{,}0$ m. Součinitel smykového tření mezi pláštěm kola a vozovkou je $f = 0{,}60$. Řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty.

4. Tenis

Při podání tenisty od základní čáry míček opouští raketu ve vodorovném směru kolmo ke svislé rovině sítě tak, že nejnižší bod míčku je ve výšce $h_0 = 2{,}50$ m nad základní čarou. Síť výšky $h_1 = 0{,}91$ m se nachází ve vzdálenosti $d_1 = 11{,}9$ m od základní čáry, zadní čára pole podání je ve vzdálenosti $d_2 = 18{,}3$ m.

a) Určete velikost minimální počáteční rychlosti $v_{\min}$, aby míček přeletěl síť.
b) Určete velikost maximální počáteční rychlosti $v_{\max}$, aby míček dopadl do pole podání.
c) Tenista podával počáteční rychlostí o velikosti $v_0 = 56{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ pod elevačním úhlem $\alpha = -6°30'$. Rozhodněte, zda míček přejde přes síť do pole podání.
d) Určete dobu letu míčku z úlohy c).

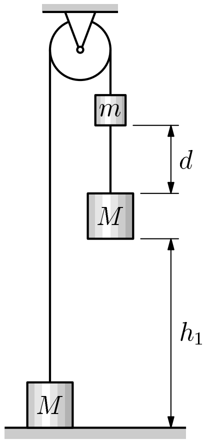
Úlohy řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty. Odpor vzduchu zanedbejte.

5. Padostroj

Přes kladku zajištěnou nejprve proti otáčení jsou na tenkém pevném vlákně zavěšena dvě stejná závaží o hmotnostech $M = 2{,}00$ kg. Levé závaží stojí na podlaze, pravé se nachází ve výšce $h_1 = 1{,}00$ m nad podlahou. Nad pravým závažím ve vzdálenosti $d = 20$ cm je další závaží o hmotnosti $m = 0{,}500$ kg (obr. 1). Vlákno je s výjimkou kladky napnuté ve svislém směru. Kladku v určitém okamžiku uvolníme.

a) Jakou rychlostí dopadne pravé dolní závaží na podlahu?
b) Do jaké výšky vystoupí levé závaží poté, co pravé dolní závaží dopadne nepružně na podlahu?
c) Do jaké maximální výšky pak opět vystoupí pravé dolní závaží?

Hmotnost vlákna i kladky, deformaci vlákna tahem a tření zanedbejte.



Obr. 1

6. *Praktická úloha:*

Pohyb hladiny při výtoku kapaliny otvorem ve stěně nádoby

Vezměte plastovou láhev, která má mezi dnem a hrdlem stejný příčný průřez ve výškovém rozmezí aspoň 20 cm. V nejnižším bodě válcové části vytvořte pomocí hřebíku o průměru asi 2,5 mm zahřátého v plameni malý otvor. Na stěně válcové části vytvořte svislou stupnici v centimetrech s počátkem ve středu výtokového otvoru, která určuje výšku hladiny nad středem otvoru.

Naplňte láhev vodou a nechte ji vytékat. V okamžiku, kdy hladina dosáhne úrovně horního konce stupnice, začněte stisknutím stopek měřit čas. Optimální jsou stopky, které umožňují měřit mezičasy. Zaregistrujte časy průchodu hladiny každou ryskou, dokud voda tryská vodorovně a nestéká po stěně, a zapište je do tabulky. Toto celé měření proveďte 5krát.

i	$\frac{h}{\mathrm{m}}$	$\frac{t_{i1}}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_{i2}}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_{i3}}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_{i4}}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_{i5}}{\mathrm{s}}$	$\frac{\bar{t}_i}{\mathrm{s}}$	$\frac{\Delta t_i = \bar{t}_i - \bar{t}_{i-1}}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_i = \frac{\bar{t}_i + \bar{t}_{i-1}}{2}}{\mathrm{s}}$	$\frac{v_i = \frac{\Delta h}{\Delta t_i}}{10^{-3}\mathrm{m\cdot s^{-1}}}$
0	0,20	-	-	-	-	-	0	-	-	-
1	0,19									
2	0,18									
3	0,17									
4	0,16									
5	0,15									
6	0,14									
7	0,13									
8	0,12									
9	0,11									
10	0,10									
11	0,09									
12	0,08									
13	0,07									
14	0,06									
15	0,05									
16	0,04									
17	0,03									
18	0,02									
19	0,01									

Vyplňte zbývající část tabulky. V tabulce je $\bar{t}_i$ aritmetický průměr pěti naměřených časů, $\Delta t_i = \bar{t}_i - \bar{t}_{i-1}$ doba průchodu hladiny mezi dvěma sousedními ryskami, $t_i = \dfrac{\bar{t}_i + \bar{t}_{i-1}}{2}$ aritmetický průměr krajních časů intervalu Δt_i,

$v_i = \dfrac{\Delta h}{\Delta t_i}$ průměrná rychlost pohybu hladiny mezi dvěma sousedními ryskami ($\Delta h = 0{,}01$ m).

Považujte nyní rychlost v_i za okamžitou rychlost v čase t_i a do grafu závislosti rychlosti na čase vyneste jednotlivé body. Body proložte přímkou a určete její směrnici.

Stanovte fyzikální význam hodnoty směrnice a napište závěr o charakteru pohybu hladiny v láhvi.

7. Dva automobily

Dva automobily, každý o hmotnosti $m = 1200$ kg, stojí vedle sebe a ve stejném okamžiku se začínají rozjíždět. První se rozjíždí rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením $a = 1{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, druhý s konstantním výkonem $P = 20$ kW.

a) Určete čas t_1, v němž budou mít stejnou rychlost, a velikost této rychlosti v_1. Řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty.
b) Sestrojte pro každý automobil graf závislosti okamžité rychlosti na čase.
c) Z grafu přibližně určete maximální vzdálenost mezi automobily.