Úlohy 1. kola 47. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Kmity na gumovém vlákně

Na gumovém vlákně, které má v nezatíženém stavu délku $l_0 = 70$ cm, je zavěšena koule o hmotnosti $m = 0{,}25$ kg. Při malém vychýlení dolů se koule rozkmitá okolo rovnovážné polohy s periodou $T = 1{,}20$ s.

a) Jakou maximální amplitudu výchylky A mohou mít kmity koule, má-li být vlákno stále napnuto?

Kouli vychýlíme z rovnovážné polohy svisle dolů do vzdálenosti $B = 2A$ a uvolníme ji.

b) Do jaké výšky nad rovnovážnou polohu vystoupí?

c) Jak se změní perioda kmitů?

d) Nakreslete graf závislosti okamžité výchylky na čase od okamžiku uvolnění až po návrat do výchozí polohy.

Řešte obecně a pro dané hodnoty. Předpokládejte, že vlákno je dokonale pružné a síla, kterou působí na kouli, je přímo úměrná jeho prodloužení. Odpor vzduchu zanedbejte.

2. Cívky a kondenzátor v obvodu střídavého proudu

Ke zdroji střídavého napětí o frekvenci 50 Hz jsou sériově připojeny kondenzátor o kapacitě 10 μF a ampérmetr, na kterém čteme proud I_1. Do obvodu zapojíme ještě cívku sériově s kondenzátorem a ampérmetrem.

a) Jakou indukčnost musí mít cívka, aby se údaj ampérmetru zdvojnásobil?

b) Jakou indukčnost musí mít cívka, aby se údaj ampérmetru zmenšil na polovinu?

c) Jaký proud naměříme, jestliže cívku z úlohy a) nebo b) připojíme ke kondenzátoru ne sériově, ale paralelně?

Všechny součásti obvodu považujte za ideální.

3. Srážky částic

Částice o hmotnosti M letící rychlostí $\boldsymbol{v}_1$ narazí čelně do částice o hmotnosti m. Předpokládejte, že srážka je dokonale pružná.

a) Určete rychlost $\boldsymbol{v}_1'$, jakou se bude pohybovat částice o hmotnosti M po srážce, a její kinetickou energii $E_{\mathrm{k}1}'$. Výsledek vyjádřete pomocí zadaných veličin.

b) Určete poměr energií $k = \dfrac{E_{\mathrm{k}1}'}{E_{\mathrm{k}1}}$, kde $E_{\mathrm{k}1}$ je kinetická energie částice o hmotnosti M před srážkou.

c) Dokažte, že při značně rozdílných hmotnostech m, M obou částic téměř nedochází k předání energie. Stanovte také, při kterém poměru $\dfrac{m}{M}$ je předání energie částice M částici m maximální.

d) Rychlý neutron v reaktoru se dostane z paliva do grafitového moderátoru, a tam se postupnými srážkami zpomalí. Určete poměr energie neutronu po srážce s atomem uhlíku a před ní. Předpokládejte, že srážka je čelní a dokonale pružná.

e) Po kolika takovýchto srážkách bude mít neutron z úlohy d) méně než 10 % své původní energie?

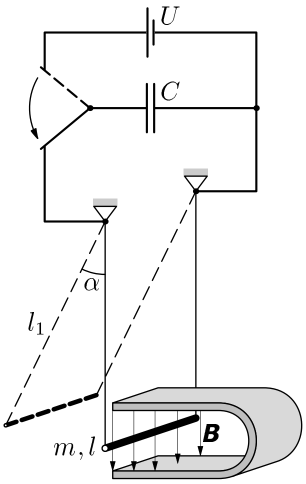
Úlohy a) až c) řešte obecně, úlohy d) a e) nejprve obecně, pak pro relativní atomové hmotnosti $A_\mathrm{r}(\mathrm{C}) = 12{,}011$, $A_\mathrm{r}(\mathrm{n}) = 1{,}0087$. Předpokládejte, že rychlosti částic jsou dostatečně malé v porovnání s rychlostí světla ve vakuu, takže je možno zanedbat relativistické efekty.

4. Vychýlení vodiče v magnetickém poli při průchodu proudu

Vodivá tyčinka o hmotnosti $m = 10{,}0$ g je zavěšena na dvou tenkých ohebných závěsech délky $l_1 = 60$ cm a zanedbatelné hmotnosti v horizontální poloze mezi póly permanentního magnetu (obr. 1). Magnetické pole mezi póly považujte za homogenní, vektor magnetické indukce směřuje dolů a má velikost $B = 0{,}500$ T, aktivní délka vodiče je $l = 10{,}0$ cm. Kondenzátor o kapacitě $C = 1000\ \mu F$ nabijeme ze zdroje o napětí $U = 100$ V a pak jej vybijeme přes závěsy a tyčinku. Doba, za kterou se kondenzátor úplně vybije, je velmi krátká.

a) O jaký úhel se závěsy vychýlí z rovnovážné polohy?

b) Jak bychom popsané zařízení mohli využít pro měření elektrických veličin?



Obr. 1

Úlohu a) řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Pro malé úhly můžete použít aproximaci $\cos\alpha = 1 - 2\sin^2\dfrac{\alpha}{2} \approx 1 - 2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)^2$.

5. Valení cívky

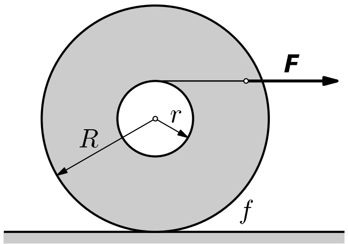
Cívku tvořenou dvěma kruhovými kotouči o poloměru $R = 200$ mm a válcem o poloměru $r = 75$ mm táhneme po vodorovné podložce pomocí tenkého neroztažitelného vlákna navinutého na válci silou $\boldsymbol{F}$ vodorovného směru (obr. 2). Hmotnost cívky je $m = 8{,}0$ kg, moment setrvačnosti vzhledem k rotační ose souměrnosti je $J_0 = 0{,}15\ \mathrm{kg\cdot m^2}$, součinitel smykového tření mezi cívkou a podložkou je $f = 0{,}20$. Valivý odpor je zanedbatelný.

a) Určete maximální velikost síly $\boldsymbol{F}$, při které nedochází k prokluzu cívky po podložce a úhlové zrychlení cívky při jejím dosažení.

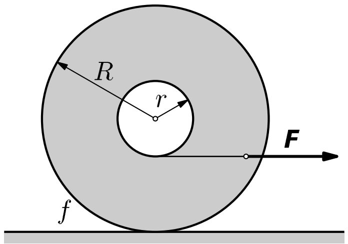
b) Řešte tutéž úlohu pro případ podle obr. 3.

Úlohu řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

Obr. 2

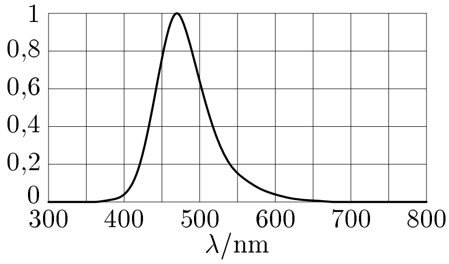


Obr. 3

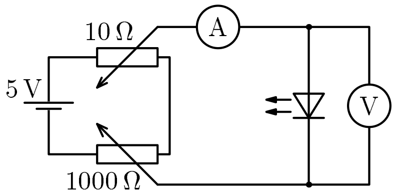


6. *Praktická úloha:* **Studium vlastností svítících diod**

Provozní napětí různých svítících diod, tj. napětí, při kterém prochází diodou zapojenou v propustném směru proud doporučený výrobcem – obvykle 20 mA – se liší podle barvy světla, které dioda za provozu vyzařuje. Svítící diody sice nevyzařují dokonale monochromatické světlo, ale jejich spektrální křivka vykazuje pro určitou vlnovou délku λ_{m} ostré maximum. Například modrá dioda L-53MBCK vyzařuje s maximální intenzitou světlo o vlnové délce 466 nm (obr. 4).



Obr. 4



Obr. 5

Úkoly:

a) Opatřete si svítící diody různých barev – červenou, žlutou, zelenou a modrou – a určete jejich voltampérové charakteristiky.

Ověřte, že pro malé proudy do 1 mA, kdy se uplatňují především vlastnosti přechodu PN, mají charakteristiky exponenciální průběh a dají se popsat vztahem

$$I = A\left(\mathrm{e}^{BU} - 1\right) \approx A\,\mathrm{e}^{BU}\,,$$

kde A a B jsou konstanty dané diody. Zjistěte jejich hodnoty pro jednotlivé diody.

Ověřte, že při proudech větších než 5 mA, kdy se ve větší míře uplatňuje ohmický odpor polovodičového materiálu, je průběh charakteristik prakticky lineární. Určete diferenciální odpor

$$r = \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

jednotlivých diod v této oblasti.

b) Zjistěte vlnové délky λ_{m} světla, které jednotlivé diody vyzařují s maximální intenzitou.

c) U každé diody porovnejte energii fotonu světla o vlnové délce λ_m a elektrickou práci spojenou s průchodem jednoho elektronu diodou při provozním napětí.

Provedení úlohy:

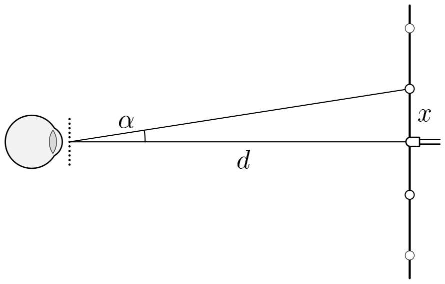
Doporučené zapojení pro měření voltampérové charakteristiky diody je na obr. 5. Použijeme digitální voltmetr s co největším vnitřním odporem (10 MΩ). I tak bychom měli při měření malých proudů provádět opravu na proud voltmetru. Výsledky měření zapíšeme do tabulky:

I/mA	0,01	0,03	0,1	0,3	1,0	3,0	6,0	10	15	20
U/V										

Vlnové délky světla vyzařovaného diodou s největší intenzitou můžete zjistit v katalogu výrobce. Lze je také jednoduše změřit pomocí optické ohybové mřížky. Svítící diodu, kterou prochází běžný provozní proud (obvykle 20 mA) připevníme na pravítko s dobře čitelnou délkovou stupnicí a díváme se na ni prostým okem přes optickou mřížku umístěnou ve vzdálenosti d (obr. 6). Kromě diody vidíme na stupnici interferenční maxima ohybového jevu. Jestliže maximum prvního řádu leží ve vzdálenosti x od diody, má vyzařované světlo vlnovou délku

$$\lambda = b \sin\alpha = \frac{bx}{\sqrt{d^2 + x^2}}\,,$$

kde b je mřížková konstanta (perioda) optické mřížky.



Obr. 6

7. Raketový motor

Do spalovací komory raketového reaktivního motoru vstupuje za 1 sekundu vodík o hmotnosti m a množství kyslíku potřebné pro jeho úplné shoření. Výstupní otvor trysky má plošný obsah S, vystupující plyn má po expanzi v trysce tlak p a a absolutní teplotu T. Určete výstupní rychlost plynu a tažnou sílu motoru.

Úlohu řešte obecně a pro hodnoty $m = 50$ kg, $S = 2{,}0$ m^2, $p = 2{,}5 \cdot 10^4$ Pa, $T = 940$ K.