Úlohy 1. kola 47. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Srážka vagonů

Vagon o hmotnosti m_1 se pohybuje po přímých vodorovných kolejích rychlostí $\boldsymbol{v}_1$ a narazí do stojícího vagonu o hmotnosti m_2. Oba vagony mají pružinové nárazníky. Celková tuhost pružin nárazníků, které se uplatní při srážce, je k. Srážka je dokonale pružná.

a) Určete rychlosti $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$ vagonů po srážce.

b) Určete dobu Δt, po kterou se nárazníky vagonů vzájemně dotýkaly.

c) Určete maximální zrychlení každého z vagonů během srážky.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m_1 = 20\ \mathrm{t}$, $m_2 = 30\ \mathrm{t}$, $v_1 = 4{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $k = 7{,}0 \cdot 10^6\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$.

Doporučení: Řešení proveďte z hlediska pozorovatele ve vztažné soustavě spojené s těžištěm soustavy vagonů.

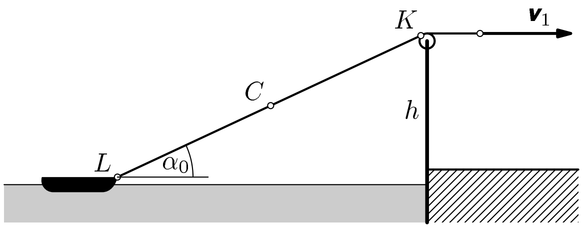
2. Loďka

Loďka je tažena ke břehu lanem vedeným přes kladku umístěnou ve výšce h nad hladinou (obr. 1). Konec lana se pohybuje stálou rychlostí $\boldsymbol{v}_1$.

a) Určete okamžitou rychlost $\boldsymbol{v}_L$ a okamžité zrychlení $\boldsymbol{a}_L$ loďky v okamžiku, kdy lano svírá s hladinou úhel α_0.

b) Na laně je uzel K, který se v uvedeném okamžiku přiblížil do těsné blízkosti kladky a uzel C, který se právě nachází uprostřed mezi loďkou a kladkou. Určete jejich okamžité rychlosti $\boldsymbol{v}_K$, $\boldsymbol{v}_C$ a okamžitá zrychlení $\boldsymbol{a}_K$, $\boldsymbol{a}_C$.

Rozměry loďky a kladky zanedbejte. Řešte nejprve obecně a pak pro hodnoty $h = 10\ \mathrm{m}$, $v_1 = 5{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $\alpha_0 = 40°$.



Obr. 1

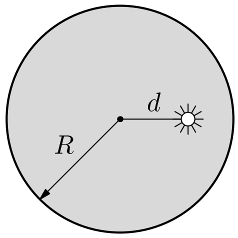
3. Světlo v kouli

Uvnitř koule o poloměru R vyrobené ze skla o indexu lomu n se nachází všesměrový bodový zdroj světla (obr. 2).

a) Jaká musí být jeho vzdálenost d od středu koule, aby se část světelného toku úplně odrážela od povrchu koule?

b) Při které vzdálenosti se bude úplně odrážet právě polovina světelného toku?

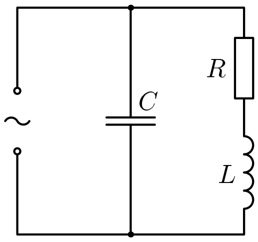
Řešte obecně a pak pro hodnoty $R = 10$ cm, $n = 1{,}52$ (lehké korunové sklo).



Obr. 2

4. Obvod střídavého proudu

Ke zdroji harmonického střídavého proudu jsou paralelně připojeny dvě větve. V jedné je zapojen kondenzátor o kapacitě $C = 10\ \mu F$, ve druhé rezistor o odporu $R = 200\ \Omega$ a cívka o indukčnosti $L = 2{,}00$ H (obr. 3). Větví s kondenzátorem prochází proud o efektivní hodnotě $I_1 = 0{,}3$ A, větví s rezistorem a cívkou proud o efektivní hodnotě $I_2 = 0{,}2$ A.



Obr. 3

a) Určete frekvenci f a efektivní hodnotu U napětí zdroje.

b) Určete efektivní hodnotu I celkového proudu procházejícího zdrojem a jeho fázové posunutí proti svorkovému napětí.

Součásti obvodu považujte za ideální.

5. Hod kamenem

Kámen hodíme šikmo vzhůru pod elevačním úhlem α, počáteční rychlost bude mít velikost v_0.

a) Jaký největší elevační úhel můžeme zvolit, má-li se kámen po celou dobu letu neustále vzdalovat od počátku trajektorie?

b) Jak se bude měnit vzdálenost kamene od počátku trajektorie v závislosti na čase, zvolíme-li elevační úhel $\alpha = 75°$ a velikost počáteční rychlosti $v_0 = 40\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$?

Odpor vzduchu a počáteční výšku kamene nad rovinou dopadu zanedbejte.

6. *Praktická úloha:* **Měření vlastností optické soustavy**

Z optické soupravy vyberte spojku o známé ohniskové vzdálenosti f_1 a rozptylku o známé ohniskové vzdálenosti f_2. Na optické lavici z nich vytvořte centrovanou optickou soustavu. Vzdálenost d středů obou čoček a jejich ohniskové vzdálenosti volte tak, aby platilo $d < f_1 < |f_2|$. (Doporučené hodnoty: $f_1 = 10$ cm, $f_2 = -20$ cm, $d = 4$ cm.)

Úkoly:

a) Zobrazením velmi vzdálených předmětů (budov, stromů) na matnici určete polohu obou ohniskových rovin soustavy.

b) Abbeovou metodou změřte ohniskovou vzdálenost soustavy a určete polohu hlavních rovin soustavy.

c) Zvolenou optickou soustavu narýsujte ve vhodném měřítku a graficky – užitím vhodných paprsků – určete polohu jejich ohnisek a hlavních rovin.

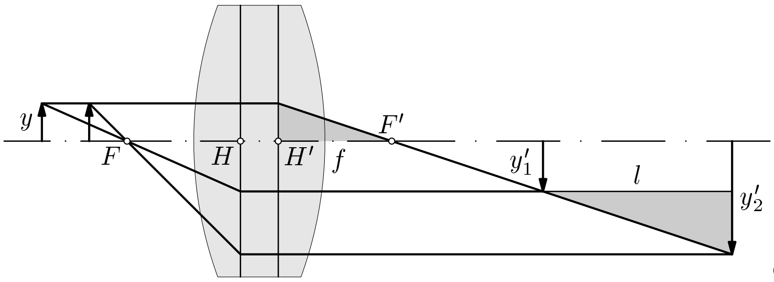
d) Vypočítejte polohu ohnisek a hlavních rovin soustavy. Potřebné vztahy naleznete v letošním studijním textu *Zobrazení čočkami.* Při grafickém řešení a výpočtech tloušťku čoček zanedbejte. Úlohu řešte pro případ, že spojka je na předmětové straně a rozptylka na obrazové straně soustavy.

e) Výsledky získané experimentálně, graficky a početně porovnejte.

Abbeova metoda

Při pevné poloze optické soustavy umístěte v dostatečně velké vzdálenosti od ní matnici. Osvětlený předmět o výšce y posouvejte, až na matnici vznikne jeho převrácený skutečný obraz, a změřte výšku obrazu $|y_1'|$. Pak posuňte matnici směrem od optické soustavy do vzdálenosti l, posunutím předmětu opět vytvořte na matnici převrácený skutečný obraz a změřte jeho velikost $|y_2'|$. Z podobnosti zvýrazněných trojúhelníků na obr. 4 plyne pro ohniskovou vzdálenost optické soustavy vztah

$$f = \frac{y \cdot l}{|y_2'| - |y_1'|} \, .$$



Obr. 4

7. Změna tlaku v reakční komoře

Reakční komora o objemu $V = 5{,}00\ \mathrm{dm}^3$ byla při teplotě $t_0 = 30\ °\mathrm{C}$ naplněna směsí metanu a kyslíku o celkovém tlaku $p_0 = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa. Parciální tlaky obou složek byly stejné. Po uzavření komory byla směs zapálena. Hořením metanu vznikl oxid uhličitý a vodní pára.

a) Určete tlak v komoře po ochlazení produktů hoření na původní teplotu.

b) Určete teplo, které bylo nutno odvést do okolí, jestliže měrné spalné teplo metanu je $H = 5{,}56 \cdot 10^4\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$.

Další potřebné údaje vyhledejte v MFCh tabulkách.