Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky

Praktická úloha celostátního kola 46. ročníku FO

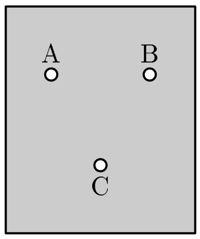
Hradec Králové 2005

Černá skříňka

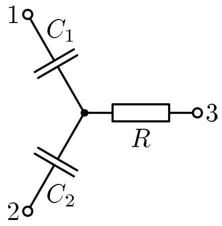
Pomůcky: černá skříňka, plochá baterie, digitální voltmetr se vstupním odporem 10 MΩ, destička s propojenými zdířkami, spojovací vodiče

Zadání úlohy: V černé skříňce s třemi zdířkami A, B, C (obr. 1) jsou umístěny dva kondenzátory o kapacitách C_1, C_2, přičemž $C_1 < C_2$, a rezistor o odporu R zapojené do hvězdy (obr. 2). Pořadí, v jakém jsou vývody 1, 2, 3 připojeny ke zdířkám A, B, C, neznáme. S uvedenými pomůckami

1. určete, ke kterým zdířkám jsou připojeny kondenzátory a ke které je připojen rezistor,
2. určete kapacity obou kondenzátorů a odpor rezistoru.

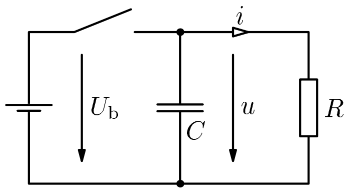


Obr. 1

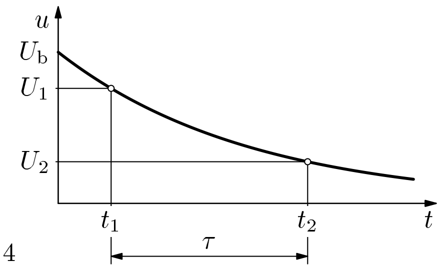


Obr. 2

Teorie: Nabijeme-li kondenzátor o kapacitě C, ke kterému je paralelně připojen rezistor o odporu R, ze stejnosměrného zdroje o svorkovém napětí U_b a pak zdroj odpojíme (obr. 3), bude se kondenzátor přes rezistor vybíjet a jeho okamžité napětí u se bude zmenšovat (obr. 4).



Obr. 3



Obr. 4

Během vybíjení platí

$$\mathrm{d}q = -i\,\mathrm{d}t\,,$$

kde q je okamžitý náboj na kondenzátoru a i okamžitý proud v obvodu. Z toho plyne pro okamžité napětí u na kondenzátoru diferenciální rovnice

$$C\,\mathrm{d}u = -\frac{u}{R}\,\mathrm{d}t\,, \tag{1}$$

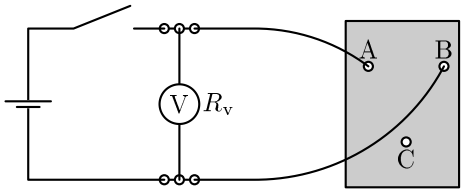
jejímž řešením při počátečních podmínkách $t = 0,\ u = U_\mathrm{b}$ je funkce

$$u = U_\mathrm{b}\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} = U_\mathrm{b}\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\,. \tag{2}$$

Veličina $\tau = RC$ se nazývá *časová konstanta* obvodu. Pro okamžité hodnoty napětí kondenzátoru v čase t_1 a v čase $t_2 = t_1 + \tau$ platí

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_\mathrm{b}\,\mathrm{e}^{-\frac{t_1}{\tau}}}{U_\mathrm{b}\,\mathrm{e}^{-\frac{t_1+\tau}{\tau}}} = \frac{\mathrm{e}^{-\frac{t_1}{\tau}}}{\mathrm{e}^{\left(-\frac{t_1}{\tau}-1\right)}} = \mathrm{e} \doteq 2{,}718\,. \tag{3}$$

Praktická část: Vlastní měření uskutečníme v zapojení podle obr. 5. K voltmetru o známém vstupním odporu $R_\mathrm{v} = 10{,}0\ \mathrm{M\Omega}$, na kterém nastavíte stejnosměrný rozsah 20 V, připojte paralelně plochou baterii a černou skříňku pomocí zdířek A, B. Po chvíli baterii odpojte a se stopkami v ruce sledujte časový průběh poklesu napětí voltmetru. Totéž zopakujte pro kombinace zdířek B, C a A, C.



Obr. 5

Teoretické úkoly:

a) Zdůvodněte, proč pokles napětí voltmetru bude ve všech třech případech probíhat podle vztahu

$$u_\mathrm{v} = U_0\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau_i}}\,, \tag{4}$$

kde U_0 je napětí voltmetru v okamžiku odpojení baterie a τ_i časová konstanta daného obvodu. Zvolme označení:

τ_1 ... je připojen rezistor a kondenzátor C_1,
τ_2 ... je připojen rezistor a kondenzátor C_2,
τ_3 ... jsou připojeny oba kondenzátory.

Vyjádřete časové konstanty τ_1, τ_2, τ_3 pomocí veličin R_v, R, C_1 a C_2.

b) Stanovte kritéria, podle kterých poznáte, ke které zdířce černé skříňky je připojen rezistor.

c) Odvoďte vztahy, pomocí kterých z časových konstant τ_1, τ_2, τ_3 a odporu voltmetru R_v vypočítáme odpor R rezistoru a kapacity C_1 a C_2 kondenzátorů v černé skříňce.

Praktické úkoly:

d) Změřte časové konstanty τ_1, τ_2, τ_3. Využijte přitom vztah (3). Zvolte napětí U_1, při jehož dosažení spustíte stopky a vypočítejte příslušné napětí U_2, při jehož dosažení stopky zastavíte. Pro každou kombinaci zdířek měření desetkrát opakujte, výsledky zapište do tabulky, určete jejich aritmatický průměr a mezní chybu aritmetického průměru.

e) Pomocí vztahů odvozených v úkolu c) vypočítejte odpor R rezistoru a kapacity C_1, C_2 obou kondenzátorů.

f) Určete, ke kterým zdířkám jsou jednotlivé součástky připojeny.

g) Odhadněte mezní chyby vypočítaných veličin R, C_1 a C_2. Zadanou hodnotu odporu R_v voltmetru berte jako přesnou.
Návod: Horní a dolní meze vypočtených veličin můžete získat vhodným dosazením horních a dolních mezí změřených časových konstant do vzorců odvozených v úkolu c).