Úlohy 1. kola 46. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Vrh koulí

Atlet vrhl kouli do vzdálenosti $d = 20{,}00$ m. Koule opustila jeho ruku ve výšce $h_0 = 2{,}1$ m pod elevačním úhlem $\alpha = 41°$.

a) Určete dobu t_1 letu.

b) Určete velikost v_0 počáteční rychlosti.

c) Určete maximální výšku h_{max} vrhu.

Úlohy řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty dané v zadání. Odpor vzduchu zanedbejte.

2. Bronz je slitina

Je známo, že bronz je slitina mědi ($\varrho_1 = 8{,}93 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$) a cínu ($\varrho_2 = 7{,}28 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$). Těleso vyrobené z bronzu zavěsíme na siloměr, změříme jeho tíhu ve vzduchu $G_1 = 6{,}30$ N a po ponoření do vody $G_2 = 5{,}57$ N. Určete

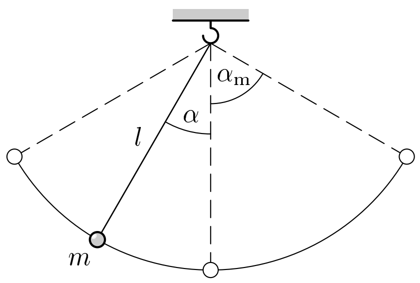
a) hustotu ϱ_{b} slitiny,

b) hmotnostní podíl mědi δ_1 a cínu δ_2 ve slitině.

Hustota vody je $\varrho_{\mathrm{v}} = 1{,}00 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, hustotu vzduchu zanedbejte oproti hustotě slitiny. Předpokládejte, že objem slitiny bude roven součtu objemů složek.

3. Kyvadlo

Malé těleso o hmotnosti $m = 100$ g zavěšené na vlákně stálé délky $l = 80$ cm, jehož hmotnost je zanedbatelná vzhledem k hmotnosti tělesa, necháme kývat okolo rovnovážné polohy (obr. 1). V krajní poloze je vlákno vychýleno ze svislého směru o úhel $\alpha_{\mathrm{m}} = 60°$. Určete rychlost a zrychlení tělesa a také síly, které na těleso působí, a jejich výslednici



Obr. 1

a) v krajní poloze,

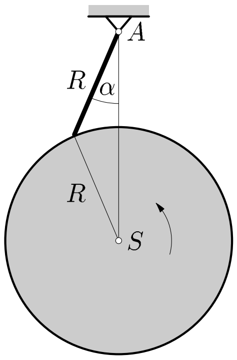
b) při průchodu rovnovážnou polohou,
c) v okamžiku, kdy je vlákno odchýleno od svislého směru o úhel $\alpha = 30°$.

Ve vhodném měřítku zobrazte do společného obrázku jednotlivé polohy kyvadla a v každé zakreslete síly působící na těleso a jejich výslednici.

4. Brzdění rotujícího válce

Homogenní válcový kotouč o hmotnosti M a poloměru R se otáčí okolo vodorovné osy úhlovou rychlostí ω_0. V bodě A svisle nad osou kotouče je otáčivě připevněna tyčka délky R, stejné jako poloměr kotouče, a hmotnosti m. V určitém okamžiku se tyčka přiloží volným koncem na obvod kotouče, přičemž svírá se svislým směrem úhel α (obr 2). Součinitel smykového tření mezi tyčkou a kotoučem je f.

a) Za jakou dobu a po kolika otáčkách se kotouč zastaví působením tření mezi tyčkou a kotoučem při naznačeném směru otáčení a při daném úhlu α?
b) Jaký bude výsledek, bude-li se kotouč otáčet opačným směrem?



Obr. 2

Předpokládejte, že při brzdění válce se uplatní jen tření mezi tyčkou a kotoučem.

5. Spojovací družice

Spojovací družice Země obstarávající přenos rádiového signálu do polárních oblastí má perigeum ve výšce $h = 300$ km a dobu oběhu $T = 12{,}0$ hodin.

a) Určete dobu oběhu T_1 družice obíhající okolo Země ve výšce 300 km po kruhové trajektorii a velikost v_1 její rychlosti.
b) Určete délku a hlavní poloosy, délku b vedlejší poloosy a excentricitu e trajektorie spojovací družice.
c) Určete velikost w plošné rychlosti spojovací družice (tj. obsah plochy opsané průvodičem družice za jednotku času), velikost v_p její rychlosti v perigeu a velikost v_a její rychlosti v apogeu.
d) Obě trajektorie nakreslete ve vhodném měřítku do téhož obrázku. Do něj také zobrazte rychlosti spojovací družice v perigeu a v apogeu a rychlost družice obíhající po kruhové trajektorii.

Počítejte s hodnotami: hmotnost Země $M = 6{,}00 \cdot 10^{24}$ kg, poloměr Země $R = 6{,}37 \cdot 10^6$ m.

6. *Praktická úloha:* **Měření viskozity vody**

Úkol: Určete viskozitu vody měřením průtoku vody tenkou vodorovnou trubicí.

Teorie: Informace o veličině *viskozita* a jejím významu naleznete ve studijních textech z knihovničky FO:

Vybíral, Zdeborová: *Odporové síly,*

Vybíral, Zdeborová: *Pohyb těles s vlivem odporových sil.*

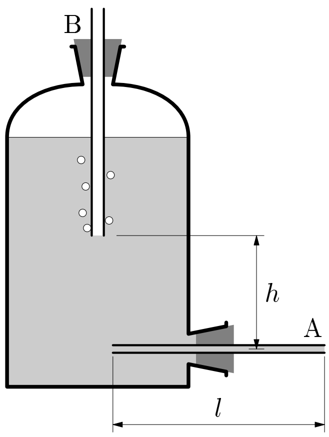
V naší úloze použijeme *Hagenův-Poisseuillův zákon* pro objemový průtok kapaliny tenkou trubicí při laminárním proudění

$$Q_V = \frac{V}{t} = \frac{\pi r^4}{8\eta} \cdot \frac{\Delta p}{l}\,, \tag{1}$$

kde V je objem vody, která projde trubicí za dobu t, r je vnitřní poloměr trubice, η je viskozita vody, l je délka trubice a Δp je rozdíl tlaků vody na vstupu a výstupu trubice.

Postup:

1. Měření proveďte pomocí Mariottovy láhve upravené podle obr. 3. Do dolního otvoru zasuňte zátku s vodorovnou měřicí trubicí A o vnitřním poloměru 2 až 4 mm dlouhou 10 až 15 cm. (Pokud neseženete Mariotovu láhev, použijte upravenou plastovou láhev.) Láhev naplňte destilovanou vodou a horní otvor uzavřete zátkou se svislou trubicí B. Voda začne vytékat trubicí A. Jakmile z trubice B budou vstupovat do láhve bublinky vzduchu, bude se mezi vstupem a výstupem měřicí trubice udržovat stálý rozdíl tlaků. Určete jeho velikost. *Výškový rozdíl h nastavte tak, aby voda vytékala co nejpomaleji, ale plynule.*



Obr. 3

2. Vodu nechte vytékat do vhodné nádoby, dokud hladina v láhvi neklesne k dolnímu konci trubice B, a změřte dobu vytékání t. Objem vody V určete vážením nebo odměrným válcem.
3. Pečlivě určete vnitřní poloměr trubice r. Použijte různé metody a výsledky porovnejte. Proč je tak důležité přesně určit poloměr?
   Jednou z možností je zvážit suchou prázdnou trubici (delší kus) a pak tutéž trubici naplněnou vodou a uzavřenou malými kousky žvýkačky. Rozdíl

hmotností je roven hmotnosti vody v trubici a je z něj možno určit vnitřní poloměr.

4. S použitím vztahu (1) určete viskozitu vody a vyhodnoťte chybu měření.
5. Měření proveďte při různé teplotě vody v rozmezí 10 °C až 50 °C a nakreslete graf závislosti viskozity na teplotě.
6. Výsledky měření porovnejte s hodnotami v tabulkách (např. Brož, Roskovec, Valouch: *Fyzikální a matematické tabulky*, SNTL, Praha 1980).

7. Kruhový děj

Ideální plyn s dvouatomovými molekulami, který při tlaku p_1 a termodynamické teplotě T_1 zaujímal objem V_1, prošel následujícím kruhovým dějem: Izochorickým zahřátím se jeho tlak zvětšil na $3p_1$, pak se adiabatickou expanzí zvětšil objem plynu na $2V_1$, následovalo izochorické ochlazení, při kterém tlak plynu klesl na počáteční hodnotu p_1 a nakonec se plyn izobarickým ochlazením vrátil do výchozího stavu.

a) Určete látkové množství plynu.
b) Znázorněte popsaný kruhový děj pomocí p-V diagramu.
c) Určete tlak, objem a teplotu ve všech koncových stavech jednotlivých dějů.
d) Při kterých dějích plyn přijímal teplo a při kterých odevzdával teplo? Určete celkovou velikost přijatého tepla a celkovou velikost odevzdaného tepla.
e) Určete celkovou práci plynu během jednoho cyklu a účinnost kruhového děje.

Řešte obecně a pak pro hodnoty: $p_1 = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa, $V_1 = 1{,}00 \cdot 10^{-3}$ m^3, $T_1 = 300$ K.

Obnovuje se vydávání RMF!

Ze zaručených zdrojů (od členů obnovené redakční rady) jsme se dověděli, že se chystá renezance časopisu *Rozhledy matematicko - fyzikální*, jejichž vydávání bylo v r. 2001 přerušeno z technických důvodů po vstupu časopisu do 78. ročníku. Předpokládáme, že další ročník začne vycházet ještě v tomto roce a bude kolportován podle dosavadní databáze odběratelů pro rok 2001. Další informace získáte na adrese redakce:

Jednota českých matematiků a fyziků, Žitná 25, 115 67 Praha 1.