Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky

Teoretické úlohy celostátního kola 46. ročníku FO

Hradec Králové 2005

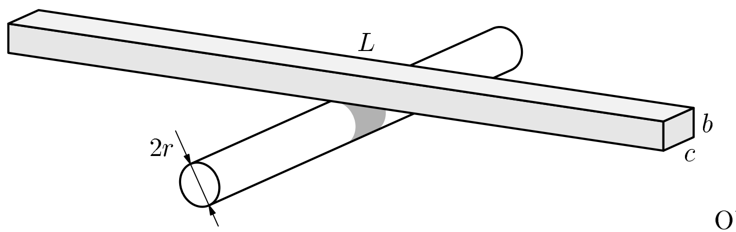
Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Houpačka

Na tyč kruhového průřezu o poloměru $r = 1{,}00$ cm upevněnou ve vodorovné poloze je kolmo vodorovně položena homogenní tyč hmotnosti $m = 310$ g, délky $L = 20{,}0$ cm a obdélníkového průřezu výšky $b = 1{,}00$ cm a šířky $c = 2{,}00$ cm (obr. 1). Střed horní tyče se nachází nad osou dolní tyče.

a) Ověřte, že při daných rozměrech tyčí se horní tyč nachází ve stabilní rovnovážné poloze.

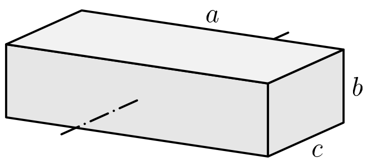
b) Určete periodu T pohybu tyče, který nastane, jestliže horní tyč nepatrně vychýlíme z rovnovážné polohy a necháme ji volně kývat. Předpokládejte, že úhlové výchylky jsou velmi malé a že mezi povrchy v oblasti kontaktu nedochází ke klouzání. Pasivní odpory zanedbejte.



Obr. 1

Moment setrvačnosti homogenního kvádru a rozměrech a, b, c (obr. 2) vzhledem k ose jdoucí jeho středem rovnoběžně s rozměrem c je

$$J_0 = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}\,.$$



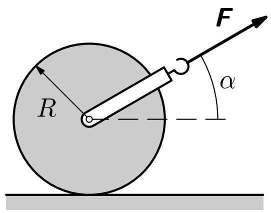
Obr. 2

2. Válec

Válec o hmotnosti m, poloměru R a momentu setrvačnosti $J_0 = \frac{1}{2}mR^2$ se valí po vodorovné rovině působením síly $\boldsymbol{F}$, která svírá s vodorovnou rovinou úhel α (obr. 3). Součinitel smykového tření mezi válcem a rovinou je f, valivý odpor je zanedbatelný.

a) Určete maximální velikost $F_{\max}$ síly $\boldsymbol{F}$, při které ještě nedochází k prokluzu, a tomu odpovídající úhlové zrychlení $\varepsilon_{\max}$ válce.

b) Jak musíme zvolit úhel α, aby velikost $F_{\max}$ síly $\boldsymbol{F}$, při které ještě nedochází k prokluzu, byla co nejmenší? Jaké hodnoty pak mají veličiny určené v úkolu a)?



Obr. 3

Úlohu a) řešte jen obecně. Úlohu b) řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 5{,}0$ kg, $R = 10$ cm a $f = 0{,}25$.

3. Měření rychlosti a energie relativistických elektronů

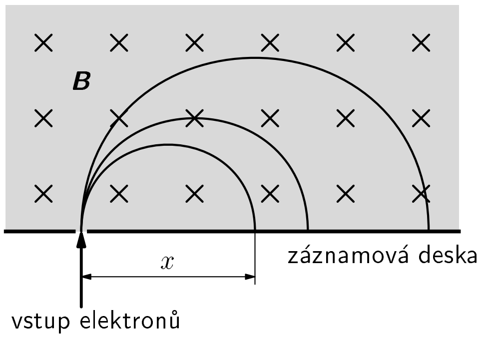
K měření energie elektronů můžeme využít zakřivení jejich trajektorie v magnetickém poli (obr. 4). Urychlené elektrony vstupují štěrbinou do homogenního magnetického pole analyzátoru kolmo k indukčním čarám a kolmo k záznamové desce s filmem, na kterém vznikají při dopadu jejich stopy. Při testování analyzátoru dopadají elektrony urychlené napětím $U_1 = 500$ kV do vzdálenosti $x_1 = 50$ mm od štěrbiny.

a) Určete velikost B magnetické indukce v analyzátoru.

b) Určete největší kinetickou energii $E_{\mathrm{k\,max}}$ elektronu měřitelnou analyzátorem, jestliže maximální vzdálenost stopy od štěrbiny je $x_{\max} = 400$ mm.

c) Určete velikost $v_{\max}$ rychlosti elektronu s kinetickou energií $E_{\mathrm{k\,max}}$.

Klidová hmotnost elektronu je $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, elementární náboj $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C, rychlost světla ve vakuu $c = 3{,}0 \cdot 10^{8}$ m $\cdot$ s^{-1}.

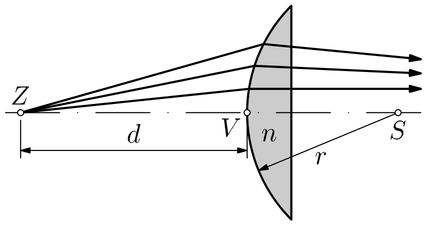


Obr. 4

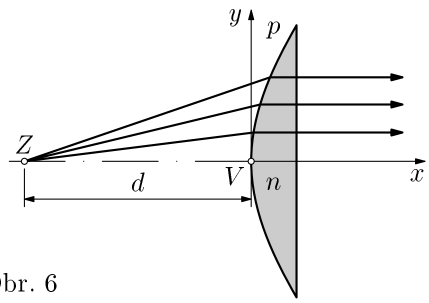
4. Kondenzor

Ploskovypuklá čočka vyrobená ze skla o indexu lomu n je ohraničena rovinou a kulovou plochou. Bodový zdroj světla Z umístíme na její optickou osu do vzdálenosti d od jejího vrcholu (obr. 5).

a) Jaký poloměr musí mít kulová plocha čočky, aby paprsky vycházející ze zdroje a dopadající na čočku v blízkosti optické osy se lámaly rovnoběžně s optickou osou?



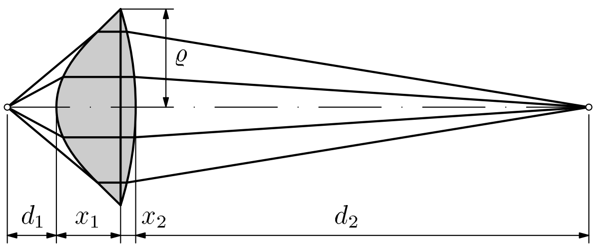
Obr. 5



Obr. 6

b) V důsledku kulové vady se nebudou paprsky dopadající na čočku ve větší vzdálenosti od optické osy lámat rovnoběžně s optickou osou, ale o něco více. Abychom tuto závadu odstranili, musíme kulovou plochu čočky nahradit rotační plochou, kterou vytvoříme rotací křivky p (meridiánu plochy) okolo optické osy (obr. 6). Nalezněte rovnici křivky p a vyšetřete její geometrické vlastnosti. Souřadnicovou soustavu volte podle obr. 6.
Návod: Uvědomte si, že působením čočky se původně kulová vlnoplocha světla změní na rovinnou vlnoplochu kolmou k optické ose a mezi jednotlivými rovnoběžnými paprsky není dráhový rozdíl.

c) Jednočočkový kondenzor pro promítací přístroj podle obr. 7 je vyroben ze skla o indexu lomu $n = 1{,}52$. Vlákno žárovky je ve vzdálenosti $d_1 = 12$ mm od kondenzoru, paprsky vystupující z kondenzoru se sbíhají ve vzdálenosti $d_2 = 120$ mm, kde se nachází střed objektivu. Uvnitř kondenzoru jdou paprsky světla rovnoběžně s optickou osou. Objímka kondenzoru má poloměr $\varrho = 25$ mm. Určete rozměry x_1 a x_2.



Obr.7