Úlohy 1. kola 46. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

1. Mravenec

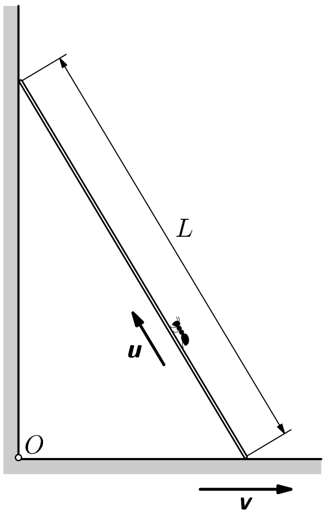
Ke stěně místnosti je svisle přiložena tyč délky L, jejíž dolní konec se dotýká podlahy. V určitém okamžiku začneme tyčí pohybovat tak, že její dolní konec se bude po podlaze vzdalovat od stěny stálou rychlostí $\boldsymbol{v}$, zatímco druhý konec tyče bude klouzat dolů po stěně, dokud se nezastaví na podlaze. V témže okamžiku začne po tyči lézt od spodního konce vzhůru mravenec stálou rychlostí $\boldsymbol{u}$ vzhledem k tyči (obr. 1). Na druhém konci tyče se zastaví. Určete

a) maximální vzdálenost od stěny,

b) maximální výšku nad podlahou,

c) maximální vzdálenost od podlahové lišty O,

kterých mravenec během pohybu po tyči dosáhne.



Obr. 1

2. Chufevova (řec. Cheopsova) pyramida

V období 2 600 let př. n. l. dal egyptský faraon Chufev postavit v Gíze pyramidu. Pyramidy se v tomto období stavěly tak, aby výška pyramidy byla rovna poloměru kružnice opsané čtvercové podstavě. Chufevova pyramida má výšku 146,5 m.

a) Z vrcholu pyramidy vrhneme kámen v rovině kolmé k hraně podstavy počáteční rychlostí o velikosti $v_0 = 15\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Do jaké největší vzdálenosti na boční stěně pyramidy může kámen dopadnout? Jaký elevační úhel α musíme v tomto případě zvolit?

b) Jakou nejmenší rychlostí můžeme hodit kámen z vrcholu pyramidy v rovině kolmé k hraně podstavy, má-li ji právě zasáhnout? Jaký elevační úhel musíme v tomto případě zvolit?

c) Jakou nejmenší rychlostí můžeme hodit kámen z vrcholu pyramidy, má-li zasáhnout vrchol podstavy? Jaký elevační úhel musíme v tomto případě zvolit?

Tíhové zrychlení v Gíze má velikost $9{,}80\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Odpor vzduchu zanedbejte, stěny pyramidy považujte za hladké.

3. Uzavřená válcová nádoba s vodorovným dnem o poloměru R a výšce H byla naplněna vodou do výše $h_0 = H/4$ a potom uvedena okolo svislé osy souměrnosti do otáčivého pohybu, jehož frekvence se velmi pomalu zvětšuje.

a) Jaký tvar zaujme hladina vody? Odpověď zdůvodněte.

b) Při které frekvenci otáčení f_1 se hladina dotkne dna?

c) Jak závisí výška okraje hladiny na frekvenci, jestliže $f \leq f_1$?

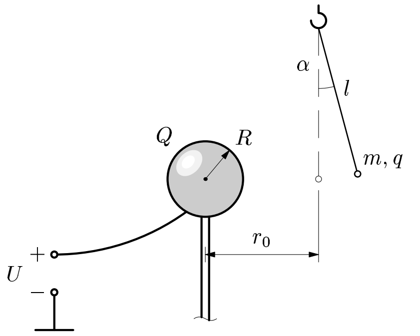
d) Jak závisí výška okraje hladiny na frekvenci, jestliže $f > f_1$?

e) Při které frekvenci f_2 dosáhne okraj hladiny výšky H?

f) Závislost výšky okraje hladiny na frekvenci znázorněte graficky.

4. Elektrické kyvadélko

Malá kulička elektrického kyvadélka o hmotnosti m byla zavěšena na nevodivém vlákně délky l tak, že se nacházela ve vzdálenosti r_0 od středu vodivé koule o poloměru R a ve stejné výšce, jakou má střed koule (obr. 2). Kouli upevněnou na nevodivém sloupku jsme připojili ke kladné svorce zdroje o napětí U, jehož druhá svorka je uzemněna, a na kuličku jsme přenesli pomocí zelektrované tyče neznámý náboj q. Kulička kyvadélka se vzdálila od koule a po ustálení bylo vlákno kyvadélka odchýleno od svislého směru o úhel α.



Obr. 2

a) Určete velikost elektrostatické síly, která působila na vychýlenou kuličku, a velikost síly, kterou vychýlená kulička napínala vlákno kyvadélka.

b) Určete náboj Q, který se po připojení zdroje objevil na kouli.

c) Určete náboj q, který jsme přenesli na kuličku kyvadélka.

Řešte obecně a pak pro hodnoty $U = 22\,\mathrm{kV}$, $m = 0{,}055$ g, $l = 12$ cm, $R = 2{,}0$ cm, $r_0 = 5{,}0$ cm, $\alpha = 25°$, $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

5. Kabinová houpačka

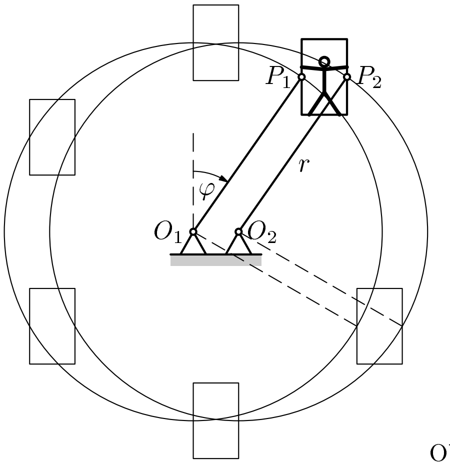
Kabina upevněná k otočným ramenům O_1P_1, O_2P_2 (obr. 3, 4) může konat posuvný pohyb ve svislé rovině, při kterém se její body pohybují po shodných kružnicích o poloměru r. Člověk v kabině se vzhledem k ní nepohybuje, těžiště kabiny i s člověkem je uprostřed úsečky P_1P_2. V počátečním okamžiku se kabina nachází v nejvyšší poloze a nepatrným impulzem se uvede do pohybu.

a) Určete, jak závisí celkové zrychlení kabiny na úhlu otočení ramen z počáteční polohy.

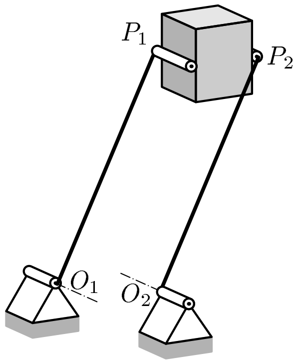
b) Určete, jak se při pohybu mění namáhání ramen a při kterém úhlu otočení nebudou ramena namáhána tahem ani tlakem.

c) Určete, jak se mění celková síla, která působí na člověka ve vztažné soustavě spojené s kabinou v závislosti na úhlu otočení ramen z počáteční polohy.

Tření, odpor vzduchu a hmotnost ramen zanedbejte.



Obr. 3



Obr. 4

6. *Praktická úloha:* **Měření tloušťky staniolu**

Popis měřicí metody:

Malý kousek měřeného staniolu vyhladíme a zasuneme na okraj mezi dvě dokonale vyčistěné skleněné destičky obdélníkového tvaru, které pak sevřeme menšími plastovými kolíčky na prádlo nebo krokosvorkami podle obr. 5, 6. Mezi destičkami vznikne tenký vzduchový klín.

Destičky položíme na vodorovnou černou podložku a osvětlíme shora podle obr. 7 rozptýleným monochromatickým světlem, které získáme osvětlením matnice M vhodným světelným zdrojem. Rozptýlené světlo dopadá na tabulku skla T skloněnou pod úhlem 45°, částečně se odráží dolů a osvětluje vzduchový klín mezi skleněnými destičkami. Odrazem na vzduchovém klínu vznikají dvě koherentní světelná vlnění, která spolu interferují. Lupou L (ohnisková vzdálenost asi 15 cm) pozorujeme řadu interferenčních proužků.

Tmavé proužky – interferenční minima – vznikají v místech, kde tloušťka d vzduchové vrstvy splňuje vztah

$$d = k\frac{\lambda}{2}, \tag{1}$$

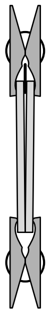
kde k je přirozené číslo a λ je vlnová délka použitého světla. Dosadíme-li za k počet tmavých interferenčních proužků mezi okrajem destiček, kde se dotýkají, a měřeným vzorkem, dostaneme hledanou tloušťku staniolu.

Úkoly:

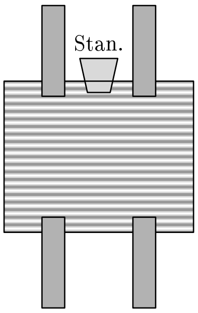
a) Odvoďte vztah (1).

b) Změřte tloušťku staniolu z čokoládového bonbónu nebo z Fidorky užitím interference světla při kolmém odrazu na tenkém vzduchovém klínu.

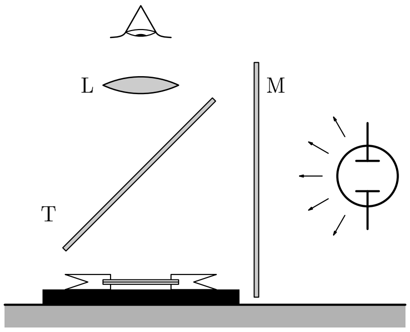
c) Získaný výsledek ověřte měřením jinou metodou. Např. změřte mikrometrem tloušťku několikrát přeloženého vzorku staniolu.



Obr. 5



Obr. 6



Obr. 7

Poznámky k provedení úlohy:

- Použijeme-li silnější skleněné destičky opticky vybroušené, dostaneme dokonale rovné a rovnoběžné interferenční proužky. Nemáme-li je, postačí dvě sklíčka z diarámečku nebo dvě podložní sklíčka k mikroskopu. Interferenční proužky budou sice pokřivené, ale i pro takové platí vztah (1).
- Nejvhodnějším zdrojem monochromatického světla pro naše měření je nízkotlaká sodíková výbojka ($\lambda = 589$ nm), která bývá v kabinetech chemie jako zdroj světla pro polarimetr. Dobré výsledky dostaneme také se rtuťovou výbojkou (horským sluncem), ze které propustíme pomocí zeleného filtru jen zelené světlo o vlnové délce 546 nm. Matnici můžeme také osvětlit HeNe laserem ($\lambda = 633$ nm) nebo laserovým ukazovátkem ($\lambda = 670$ nm), jejichž paprsek rozptýlíme silnou čočkou, např. objektivem mikroskopu.
- Stejně můžete změřit i jiné tenké fólie, např. z mikroténu, celofánu apod.

7. Rozpad mezonu

Mezon K^+ s klidovou hmotností $m_\mathrm{K} = 497{,}7\,\mathrm{MeV/c^2}$ se rozpadá na mezon π^+ s klidovou hmotností $m_{\pi+} = 139{,}6\,\mathrm{MeV/c^2}$ a mezon π^0 s klidovou hmotností $m_{\pi 0} = 135{,}0\,\mathrm{MeV/c^2}$.

a) Určete kinetickou energii $T_{\pi+}$ a velikost $v_{\pi+}$ rychlosti mezonu π^+ a také kinetickou energii $T_{\pi 0}$ a velikost $v_{\pi 0}$ rychlosti mezonu π^0 ve vztažné soustavě, vůči níž byl mezon K^+ před rozpadem v klidu.

b) Určete velikost v'_K rychlosti mezonu K^+ a jeho celkovou energii E'_K v laboratorní soustavě, ve které se mezony π^+, π^0 po rozpadu mezonu K^+ pohybovaly opačným směrem, přičemž rychlost mezonu π^+ vzhledem k laboratoři měla velikost $v'_{\pi+} = 0{,}85c$.

Úlohu řešte obecně a potom pro dané hodnoty klidových hmotností mezonů a pro hodnotu rychlosti světla ve vakuu $c = 3{,}00 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Návod: Využijte vztah mezi celkovou energií E, klidovou energií $E_0 = m_0c^2$ a hybností $\boldsymbol{p}$ částice

$$E^2 - p^2c^2 = E_0^2 = m_0^2c^4\,.$$