Úlohy 1. kola 45. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Těleso je vysláno posuvným pohybem vzhůru po nakloněné rovině počáteční rychlostí $v_0 = 2{,}00\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Úhel nakloněné roviny je $\alpha = 15{,}0°$, součinitel smykového tření je $f = 0{,}100$.

a) Za jakou dobu a v jaké vzdálenosti se těleso zastaví?

b) Za jakou dobu se těleso dostane při pohybu zpět do původní počáteční polohy?

c) Jakou rychlostí projde těleso při pohybu zpět původní počáteční polohou?

d) Za jakou dobu od začátku pohybu dosáhne těleso stejně velké rychlosti, jako byla počáteční, a jaká bude v tomto okamžiku jeho vzdálenost od počáteční polohy?

e) Jak bychom museli změnit úhel α při daném f, aby byla doba klesání do původní počáteční polohy dvakrát delší než doba stoupání?

f) Nakreslete na základě řešení úloh a) až d) ve vhodném měřítku grafy závislostí rychlosti a dráhy na čase od začátku pohybu až do okamžiku, kdy těleso dosáhne při pohybu zpět stejně velké rychlosti, jako byla rychlost počáteční.

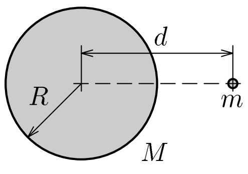
Předpokládejte, že nakloněná rovina má od počáteční polohy tělesa dostatečnou délku nahoru i dolů, aby mohl proběhnout uvažovaný pohyb. Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

2. a) Určete poloměr R olověné koule o hmotnosti $M = 1\,000$ kg. Jakou gravitační silou bude působit na kuličku o hmotnosti $m = 10{,}00$ g umístěnou ve vzdálenosti $d = 2R$ od středu koule (obr. 1a)?

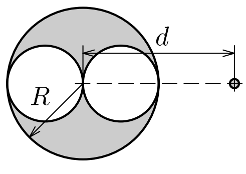
b) Jak se gravitační síla působící na kuličku změní, vytvoříme-li uvnitř olověné koule dvě dutiny o poloměru $R/2$ podle obr. 1b?

c) Jak se gravitační síla působící na kuličku změní, otočíme-li kouli s dutinami podle obr. 1c?

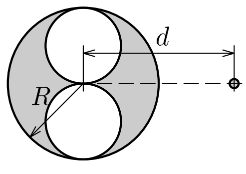
Hustota olova je $\varrho = 11\,340\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.



Obr. 1a



Obr. 1b

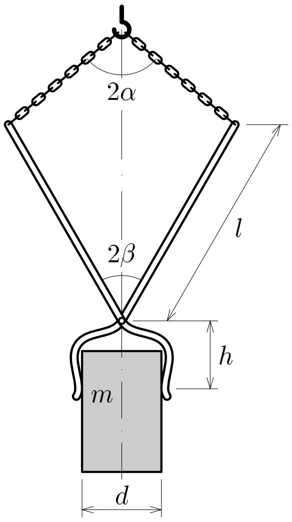


Obr. 1c

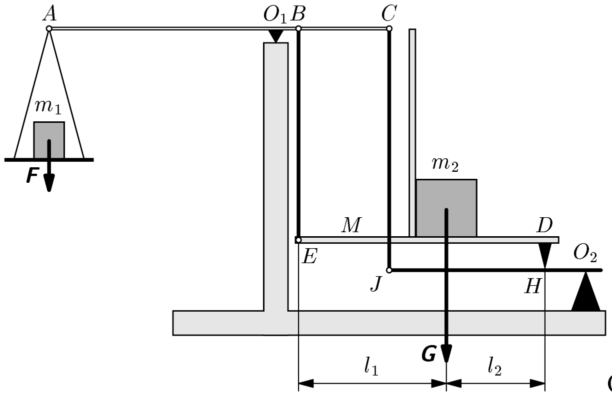
3. Hutnické kleště, jejichž rozměry jsou vyznačeny na obr. 2, nesou odlitek o hmotnosti m. Hmotnost kleští je zanedbatelná ve srovnání s hmotností odlitku. Určete

a) síly, kterými působí řetězy na ramena kleští,
b) síly, kterými na čelisti kleští působí odlitek,
c) síly, které působí v čepu kleští,
d) minimální součinitel smykového tření mezi čelistmi a odlitkem.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty:
$m = 200$ kg, $l = 1000$ mm, $h = 300$ mm,
$d = 350$ mm, $2\alpha = 100°$, $2\beta = 60°$.



Obr. 2



Obr. 3

4. Na obr. 3 jsou znázorněny decimální váhy. Vahadlem vah je dvojzvratná nerovnoramenná páka AO_1C otáčivá kolem pevné osy O_1. Platí $|AO_1| = 2|O_1C|$. Břemeno se klade na můstek M, jehož jeden konec E je zavěšen na vahadle v bodě B; druhý konec D se opírá v bodě H o jednozvratnou páku JHO_2 otáčivou kolem pevné osy O_2; její vzdálenější konec J je zavěšen na vahadle v bodě C. Působiště tíhy břemene na vahadle jsou tedy dvě - v bodech B a C. Pro jejich polohu platí: $|O_1C| : |O_1B| = |O_2J| : |O_2H| = 5 : 1$. Na můstek vložíme břemeno $m_2 = 2$ kg a vyvážíme závažím o hmotnosti m_1.

a) Dokažte, že i když vahadlo kývá, body E, D stejně klesají i stoupají a můstek M zůstává stále vodorovný.
b) Určete velikosti sil F_1, F_2 působících v bodech D, E vzniklých rozkladem tíhy $\boldsymbol{G}$ břemene pro polohu břemene zakreslenou na obr. 3, $l_1 : l_2 = 3 : 2$.

c) Dokažte, že můstkové zařízení působí tak, jako kdyby celé břemeno viselo v bodě B, tj., že poloha břemene na můstku může být libovolná.

d) Určete hmotnost závaží m_1, kterým musíme váhy vyvážit při zatížení břemenem o hmotnosti m_2.

5. Ideální plyn s dvouatomovými molekulami vykonal následující kruhový děj: Z počátečního stavu charakterizovaného stavovými veličinami p_1, V_1, T_1 zvětšil adiabatickou expanzí svůj objem čtyřikrát. Pak izochoricky zvětšil tlak tak, aby následující izotermickou kompresí zmenšil objem na polovinu objemu ve stavu 2 a tlak se vrátil na původní hodnotu p_1. Při posledním ději – izobarické kompresi se plyn vrátil do původního stavu.

a) Pro stavy 2, 3, 4 určete hodnoty p, V, T obecně jako násobky hodnot p_1, V_1 a T_1.

b) Určete tyto hodnoty konkrétně, je -li $p_1 = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa, $V_1 = 1{,}0$ dm^3, $T_1 = 300$ K.

c) Znázorněte děj pomocí p-V diagramu. Pro přesné vykreslení křivek grafu vypočtěte vhodné pomocné body.

d) Určete látkové množství plynu.

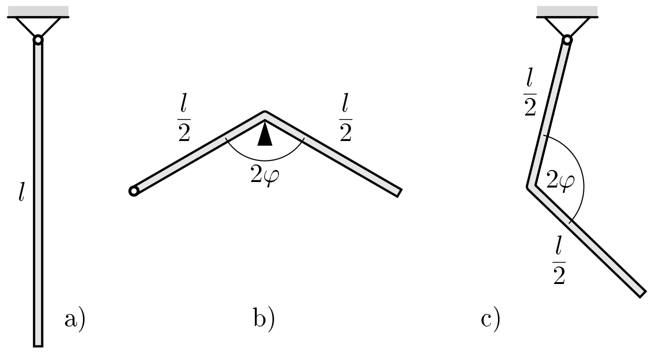
6. *Praktická úloha:* **Kyvadla**

Teoretické úkoly:

a) Určete délku l tenké tyče kývající okolo osy umístěné na jejím konci, aby doba kmitu byla přesně $T_1 = 1$ s (obr. 4a).

b) Stejnou tyč uprostřed ostře ohneme a v místě ohybu položíme na tenký břit (obr. 4b). Určete úhel ohybu 2φ, aby doba kmitu byla opět přesně $T_2 = 1$ s.

c) Ohnutou tyč z úlohy b) upevníme otáčivě na konci (obr. 4c). Určete dobu kmitu tohoto kyvadla T_3.

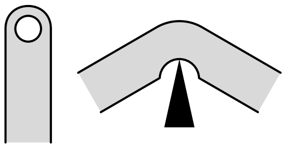


Obr. 4

Praktické úkoly: Zhotovte kyvadla popsaná v teoretické části, změřte jejich doby kyvu a naměřené hodnoty porovnejte s teoretickými předpoklady.

Pokyny k provedení:

a) Kyvadla zhotovíme z drátu o průměru asi 2 mm z hliníku, mědi nebo oceli. Konec rozklepáme a vyvrtáme do něj otvor o průměru asi 1 mm a přebytečný materiál opilujeme tak, že vznikne malé očko (obr. 5a). Od jeho středu naměříme délku kyvadla vypočtenou v teoretickém úkolu a), drát přestřihneme a kyvadlo vyrovnáme. Jako osu kyvadla použijeme špendlík zabodnutý kolmo do svislé desky.



a) b)

Obr. 5

b) Nalezneme střed drátu a drát ohneme podle výsledku výpočtu v teoretickém úkolu b). Místo ohybu mírně propilujeme, aby vznikl žlábek (obr. 5b). Tím zabráníme vychylování kyvadla z roviny kolmé k ose. Jako břit použijeme nůž upnutý do svěráku.

c) Ohnutý drát z úlohy b) necháme kývat okolo osy tvořené špendlíkem jako v úloze a).

7. Válcový sud má výšku 80 cm a vejde se do něj 240 litrů vody. Martin vymyslel, že použije sud jako zahradní fontánu. Proto ve výšce 60 cm ode dna udělal 75 malých otvorů o obsahu příčného řezu 2 mm^2. Do sudu přivedl vodu hadicí. Přitékající voda způsobila nejprve stoupání hladiny. Když hladina dosáhla výšky otvorů, začala voda tryskat otvory ven do okolí.

a) Jaký byl objemový průtok vody v hadici, jestliže hladina vystoupila k otvorům přesně za 15 minut?

b) V jaké výšce nad otvory se hladina ustálí a jaká pak bude rychlost vytékající vody?

c) Jaký největší může být objemový průtok přitékající vody, aby voda nepřetékala vrchem?