Úlohy 1. kola 45. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Puk klouže dolů po nakloněné rovině se sklonem α. Koeficient smykového tření mezi pukem a nakloněnou rovinou se směrem od vrcholu postupně zvětšuje podle vztahu $f = kx$, kde k je konstanta a x je vzdálenost od vrcholu, kde pohyb začal.

a) Určete závislost rychlosti puku na vzdálenosti od vrcholu nakloněné roviny. V jaké vzdálenosti od vrcholu se bude puk pohybovat největší rychlostí? Určete tuto rychlost.

b) V jaké vzdálenosti od vrcholu se puk zastaví?

c) V jaké vzdálenosti od vrcholu musíme umístit dokonale pružnou zarážku, aby se puk po odrazu od ní zastavil co nejvýše na nakloněné rovině?

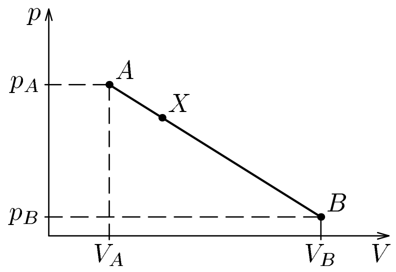
2. Ideální plyn s jednoatomovými molekulami (např. helium) se rozpíná tak, že s rostoucím objemem tlak lineárně klesá (viz p-V diagram na obr. 1). Přitom platí $p_B = p_A/8$, $V_B = 4{,}5V_A$.

a) Vyjádřete absolutní termodynamickou teplotu plynu jako funkci objemu pro děj A-B a sestrojte její graf. Určete objem V_1, při kterém je teplota plynu největší.

b) Vyjádřete práci vykonanou plynem, změnu vnitřní energie plynu a teplo dodané plynu při ději A-X jako funkce objemu plynu V.

c) Určete objem V_2, aby teplo dodané plynu při ději A-X bylo největší.

d) Rozpínání z objemu V_A na objem V_B je objemy V_1 a V_2 rozděleno na tři části. Popište průběh děje v jednotlivých částech z hlediska dodávání a odebírání tepla a změny teploty.



Obr. 1

3. Svislá pružina o tuhosti k a zanedbatelné hmotnosti je upevněna horním koncem ke stojanu. Na dolní konec připevníme závaží o hmotnosti m a podložíme je vodorovnou destičkou, aby pružina zůstala bez napětí. V čase $t = 0$ se destička začne pohybovat svisle dolů se stálým zrychlením o velikosti $a < g$.

a) Určete čas t_1, kdy se závaží přestane dotýkat destičky, a hloubku h_1, ve které k tomu dojde.

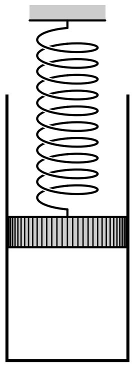
b) Určete periodu T kmitů závaží, které budou následovat po odpoutání destičky od závaží, hloubku h_0 rovnovážné polohy, okolo které budou kmity probíhat, jejich amplitudu výchylky A a amplitudu rychlosti v_m.

c) Nalezněte funkce, které popisují závislosti okamžité rychlosti a okamžité hloubky závaží na čase po dobu, kdy se závaží dotýká destičky, a funkce, které popisují tyto závislosti během kmitů.

Řešte obecně a pro hodnoty $m = 0{,}200$ kg, $k = 10{,}0\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$, $a = 0{,}5g$. Pro dané hodnoty sestrojte grafy uvedených funkcí od počátku děje až do proběhnutí jednoho celého kmitu závaží.

4. a) Do uzavřené válcové nádoby o objemu $V_0 = 10{,}0$ litrů, ve které je vakuum, vpravíme při teplotě $t_1 = 20\ ^\circ\mathrm{C}$ vodu o hmotnosti $m = 4{,}00$ g. Nádobu budeme velmi pomalu zahřívat až na 100 °C. Určete, jak se bude měnit hmotnost a tlak vodních par v nádobě v závislosti na teplotě a propočítejte tabulku těchto závislostí, přičemž hodnotu teploty zvětšujte po 5 °C.

b) Nádobu uzavřeme shora dokonale klouzajícím pístem o plošném obsahu $S = 500\ \mathrm{cm^3}$ a hmotnosti $M = 4$ kg spojeným s pružinou o tuhosti $k = 4\,000\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$. Nad pístem je vakuum (obr. 2). Pružina je upevněna tak, že při teplotě t_1 bude objem nádoby opět V_0. Nádobu budeme velmi pomalu zahřívat až na 100 °C. Určete, jak se bude měnit objem nádoby, hmotnost vodních par v nádobě a jejich tlak v závislosti na teplotě a propočítejte tabulku těchto závislostí stejně jako jako v úloze a).



Obr. 2

c) Závislosti tlaku vodních par na teplotě v obou případech znázorněte do společného grafu.

Objem vody vpravené do nádoby a teplotní roztažnost nádoby zanedbejte. Použijte tabulku závislosti tlaku nasycených vodních par na teplotě v MFCh tabulkách. Doporučujeme zpracování výpočtů a sestrojení grafů s využitím programu Microsoft EXCEL.

5. Na zásuvce elektrické sítě v domě je napětí $U_0 = 230$ V. Pomocí kabelu délky $l_0 = 60$ m o odporu $R_\mathrm{v} = 1{,}2\ \Omega$ je k této zásuvce na zahradě připojena varná konvice s jmenovitým příkonem $P_\mathrm{j} = 2{,}0$ kW a jmenovitým napětím $U_\mathrm{j} = U_0 = 230$ V.

a) Určete skutečné napětí U na topné spirále konvice a její skutečný příkon P při uvedeném zapojení.

b) Určete výkon P_s odebíraný ze sítě a ztrátový výkon P_v ve vedení.

c) Sestrojte pro danou varnou konvici a daný průřez kabelu do jediného obrázku grafy závislosti P, P_s a P_v na délce kabelu l v intervalu $0 \le l \le 2000$ m.

d) Řešte úlohy a), b) pro případ, že místo varné konvice bude kabelem délky l_0 připojena žárovka o jmenovitém napětí $U'_\mathrm{j} = U_0 = 230$ V a jmenovitém příkonu $P'_\mathrm{j} = 100$ W.

Úlohy a), b), d) řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty. Napětí na zásuvce považujte za nezávislé na zátěži.

6. *Praktická úloha:* **Určení zatěžovací konstanty termistoru**

Teorie: Zatěžovací konstanta D termistoru je poměr mezi elektrickým výkonem P rozptýleným v termistoru a zvýšením Δt jeho teploty vzhledem k teplotě t_o okolního prostředí v ustáleném stavu:

$$D = \frac{P}{\Delta t}, \qquad [D] = \mathrm{W} \cdot \mathrm{K}^{-1}.$$

Zatěžovací konstanta je tedy číselně rovna příkonu, který způsobí ohřátí termistoru o 1 K nad teplotu okolí.

Jmenovitý odpor termistoru R_{25} je definován jako odpor při teplotě 25 °C.

Úkoly

a) Opatřete si tyčinkový nebo destičkový termistor o jmenovitém odporu R_{25} od 100 Ω do několika kΩ a pokud možno zjistěte jeho maximální výkonové zatížení $P_{\max}$.

b) Umístěte termistor do vhodné lázně a změřte odpor termistoru při různých teplotách v intervalu 20 °C až 90 °C. Sestrojte graf závislosti teploty termistoru na jeho odporu.

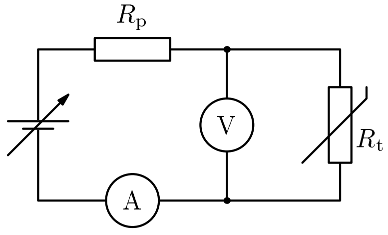
c) V zapojení podle obr. 3 změřte závislost napětí termistoru na procházejícím proudu. Určete, jak se s rostoucím proudem mění elektrický příkon termistoru, jeho odpor a teplota.

d) Ověřte, že mezi elektrickým příkonem P termistoru a zvýšením Δt teploty termistoru nad teplotu okolí je vztah přímé úměrnosti, a určete zatěžovací konstantu D.

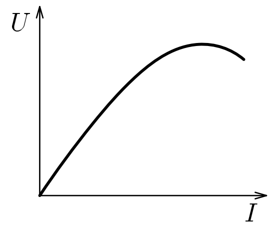
Provedení úlohy:

- Pro měření odporu termistoru při různých teplotách připojíme termistor k ohmmetru a spolu s teploměrem jej zasuneme do tenkostěnné zkumavky a utěsníme vatou. Zkumavku vložíme do termosky s horkou vodou, počkáme, až se údaje ohmmetru a teploměru ustálí, a zapíšeme je. Před každým dalším měřením část vody odlejeme a nahradíme vodou studenou. Měření opakujeme, dokud teplota v termosce neklesne pod teplotu okolí.
- V zapojení podle obr. 3 použijeme ochranný rezistor R_{p}, jehož odpor by měl být přibližně polovinou jmenovitého odporu termistoru R_{25}. Při měření nastavíme nejprve malé napětí zdroje, při kterém bude elektrický příkon termistoru menší než 0,1 $P_{\max}$. Pak budeme napětí zdroje po malých skocích zvětšovat a po každém zvětšení počkáme, až se teplota termistoru a údaje měřicích přístrojů ustálí. Pak teprve zapíšeme údaje ampérmetru a voltmetru do tabulky a vypočítáme příkon termistoru a jeho odpor. Jakmile se příkon termistoru bude přibližovat k $P_{\max}$, přestane při rostoucím proudu napětí na termistoru růst a začne se zmenšovat (obr. 4). Při dalším zvětšování proudu by se termistor zničil přehřátím. Měření proto ukončíme, když dosáhneme příkonu asi 0,7 $P_{\max}$.
- Při měření podle obr. 3 je třeba, aby okolo termistoru mohl volně proudit vzduch a aby se okolní podmínky neměnily. Proto je vhodné přikrýt držák s termistorem větší plechovou nádobou, nejlépe hliníkovou.

- Doporučujeme zpracovat výsledky měření v EXCELu. V grafu závislosti teploty termistoru na odporu proveďte polynomickou regresi 4. stupně a regresní vzorec použijte pro výpočet teplot při měření podle obr. 3. Koeficienty vzorce je třeba opsat alespoň na čtyři platné číslice. V grafu závislosti P na Δt použijte lineární regresi a z regresního vzorce určete hledanou zatěžovací konstantu D.

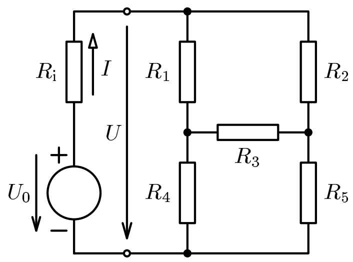


Obr. 3



Obr. 4

7. Na obr. 5 je znázorněna elektrická síť, která je připojena ke zdroji o vnitřním odporu $R_{\rm i} = 5\ \Omega$. Svorkové napětí nezatíženého zdroje je $U_0 = U_{\rm e} = 30$ V. Rezistory v síti mají odpory: $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$, $R_3 = 30\ \Omega$, $R_4 = 40\ \Omega$, $R_5 = 50\ \Omega$. Určete proud I odebíraný ze zdroje, svorkové napětí U zdroje, proud I_5 procházející rezistorem R_5 a napětí U_5 na tomto rezistoru. Určete odpor R jediného rezistoru, kterým bychom mohli nahradit síť z rezistorů R_1 až R_5 tak, aby se proud odebíraný ze zdroje nezměnil. Úlohu řešte



Obr. 5

a) postupným zjednodušením obvodu s užitím transfigurace trojúhelník – hvězda,
b) užitím Kirchhoffových zákonů,
c) metodou smyčkových proudů.