Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky

Teoretické úlohy celostátního kola 45. ročníku FO

Mladá Boleslav, 18. – 21. 3. 2004

1. Kmity válce s dutinou

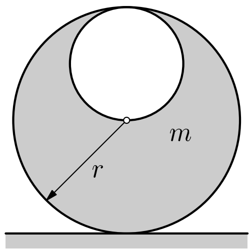
Na drsné vodorovné rovině leží homogenní rotační válec válec o poloměru r s excentrickou dutinou o poloměru $r/2$ (obr. 1). Těleso má hmotnost m.

a) Určete polohu těžiště tělesa.

b) Určete moment setrvačnosti tělesa vzhledem k ose, která je styčnou přímkou tělesa s podložkou v rovnovážné poloze.

c) Sestavte pohybovou rovnici valivého pohybu tělesa po malém vychýlení z rovnovážné polohy.

d) Odvoďte vztah pro periodu malých kmitů tělesa okolo rovnovážné polohy.



Obr. 1

2. Barlowovo kolečko

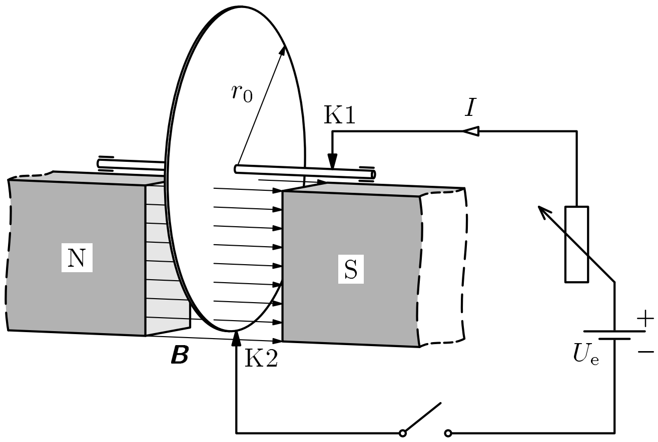
Barlowovo kolečko (obr. 2) je jednoduchý motor, jehož konstrukce je obdobná jako u Faradayova kotouče, avšak činnost je opačná: Ze zdroje o elektromotorickém napětí $U_e = 3{,}00$ V přivedeme elektrický proud do kovového kotouče přes kluzný kontakt K1 dotýkající se osy kotouče a kapalný kontakt K2 realizovaný pomocí nádobky se rtutí, která se dotýká dolního okraje kotouče. Odpor obvodu můžeme regulovat reostatem v rozmezí od $R_1 = 3{,}00\ \Omega$ do $R_2 = 6{,}00\ \Omega$. Dolní část kotouče mezi osou a kontaktem K2 se nachází v příčném magnetickém poli mezi póly magnetu. Pro jednoduchost předpokládejte, že v celé této oblasti má magnetická indukce konstantní velikost $B = 800$ mT. Působením magnetického pole se kotouč roztočí. Kotouč má poloměr $r_0 = 120$ mm, moment setrvačnosti kotouče i s osou je $J = 5{,}00 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{kg \cdot m^2}$. Mechanické odporové síly neuvažujte.

a) Určete směr otáčení kolečka při pohledu od jižního k severnímu pólu magnetu.

b) Vypočtěte mezní úhlovou rychlost ω_m kolečka pro obě mezní hodnoty R_1 a R_2 odporu obvodu.

c) Určete počáteční úhlové zrychlení ε_{01} a ε_{02} kotouče po zapnutí elektrického proudu pro obě mezní hodnoty R_1 a R_2 odporu obvodu.

d) Odvoďte funkční závislost úhlové rychlosti na čase a vypočtěte úhlovou rychlost ω_1 a ω_2 po uplynutí deseti sekund od zapnutí proudu pro obě uvažované hodnoty odporu R_1 a R_2.



Obr. 2

3. Rozpad mezonu

Mezon K^+ s klidovou hmotností $m_\mathrm{K} = 497{,}7\,\mathrm{MeV/c^2}$ se rozpadá na mezon π^+ s klidovou hmotností $m_{\pi^+} = 139{,}6\,\mathrm{MeV/c^2}$ a mezon π^0 s klidovou hmotností $m_{\pi^0} = 135{,}0\,\mathrm{MeV/c^2}$.

a) Určete celkovou energii E_{π^+} a velikost v_{π^+} rychlosti mezonu π^+ a také celkovou energii E_{π^0} a velikost v_{π^0} rychlosti mezonu π^0 ve vztažné soustavě, vůči níž byl mezon K^+ před rozpadem v klidu.

b) Určete velikost v'_{π^+} rychlosti mezonu π^+ a jeho celkovou energii E'_{π^+} ve vztažné soustavě spojené s mezonem π^0.

Úlohu řešte obecně a potom pro dané hodnoty klidových hmotností mezonů a pro hodnotu rychlosti světla ve vakuu $c = 3{,}00 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Návod: Využijte vztah mezi celkovou energií E, hybností $\boldsymbol{p}$ a klidovou energií $E_0 = m_0 c^2$ částice

$$E^2 - p^2 c^2 = E_0^2 = m_0^2 c^4 \,.$$

4. Tepelná izolace

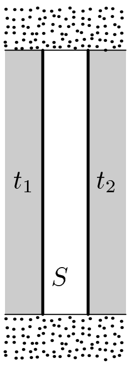
Dva dokonale černé rovinné vzájemně rovnoběžné povrchy o plošném obsahu $S = 2{,}00\ \mathrm{m}^2$ jsou udržovány na stálých teplotách $t_1 = 20\ °\mathrm{C}$ a $t_2 = 120\ °\mathrm{C}$. Mezi deskami je vakuum, jejich vzdálenost je malá v porovnání s jejich rozměry (obr. 3).

a) Jaké teplo Q_0 přejde z teplejšího povrchu na chladnější za dobu $\tau = 60{,}0$ s?

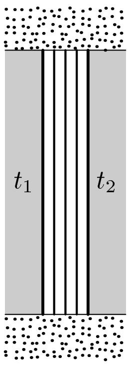
b) Abychom zmenšili přenos energie mezi oběma povrchy, vložíme mezi ně jako tepelnou izolaci tři rovnoběžné a vzájemně oddělené tenké dokonale černé a dokonale tepelně vodivé plechy, každý o plošném obsahu S (obr. 4). Kolikrát se zmenší tok energie mezi oběma povrchy a jaké teplo Q přejde za dobu τ?

c) Jaké teploty budou mít jednotlivé plechy tvořící izolaci?

Stefanova-Boltzmannova konstanta má hodnotu $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot K^{-4} \cdot m^{-2}}$.



Obr. 3



Obr. 4