Úlohy 1. kola 44. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Motocyklista projede jedenkrát zkušební okruh. V okamžiku jeho rozjezdu spustíme stopky a budeme sledovat tachometr. Během prvních 15 s získá rychlost 126 km/h a touto rychlostí pak pojede po dobu 40 s. Na třetím úseku získá během 5 s rychlost 144 km/h, přičemž se dostane do poloviny okruhu. Další část okruhu projede stálou rychlostí a na posledním úseku se po dobu 60 s zpomaluje, až se zastaví na konci okruhu. Hmotnost motocyklisty se strojem je 240 kg. Pohyby v úsecích, kde se rychlost motocyklisty mění, považujte za rovnoměrně zrychlené nebo rovnoměrně zpomalené.

a) Určete velikosti zrychlení na jednotlivých úsecích.
b) Sestrojte graf závislosti rychlosti na čase.
c) Určete celkovou dobu jízdy a průměrnou rychlost motocyklisty.
d) Určete velikost a směr největší pohybové síly, která během jízdy působila na motocykl se závodníkem.

2. Pavouk vylezl z díry uprostřed ciferníku věžních hodin a začal lézt stálou rychlostí po minutové rafii od středu k jejímu konci právě v okamžiku, kdy míjela „dvanáctku“. Na konec rafie se dostal za půl hodiny, právě když míjela „šestku“. Pak se obrátil a stejně velkou rychlostí vzhledem k rafii se vracel zpět. Rafie má délku $l = 1{,}20$ m, její periodu označme T.

a) Sestrojte ve vhodném měřítku trajektorii pohybu pavouka vzhledem k ciferníku hodin.
b) Určete velikost v_1 rychlosti pavouka vzhledem k rafii.
c) Určete, jak závisela velikost v rychlosti pavouka vzhledem k ciferníku na čase.
d) Určete její minimální hodnotu $v_{\min}$ a maximální hodnotu $v_{\max}$.
e) Určete poměr velikostí maximální setrvačné odstředivé síly, která působí na pavouka ve vztažné soustavě spojené s rafií, a jeho tíhové síly.

Úlohy b), d), e) řešte nejprve obecně, pak pro zadané hodnoty.

3. Vlak o hmotnosti $m = 180$ t se po vodorovných kolejích rozjíždí z klidu se stálým výkonem $P = 250$ kW.

a) Určete rychlost vlaku v_1 v čase $t_1 = 12$ s.
b) Určete čas t_2, v němž dosáhne rychlosti $v_2 = 10\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.
c) Sestrojte graf závislosti rychlosti na čase v časovém intervalu od 0 do t_1.
d) Z obsahu obrazce omezeného grafem rychlosti určete dráhu vlaku s v čase t_1.

e) Předpokládejme, že by se vlak pohyboval z klidu rovnoměrně zrychleným pohybem a v čase t_1 by dosáhl stejné rychlosti jako při původním pohybu se stálým výkonem. Určete jeho dráhu s' v čase t_1.

f) Předpokládejme, že by se vlak pohyboval z klidu rovnoměrně zrychleným pohybem a v čase t_1 by jeho dráha byla stejná jako při původním pohybu se stálým výkonem. Určete okamžitou rychlost v' tohoto pohybu v čase t_1. Do grafu rychlosti z úkolu c) doplňte grafy rychlosti pohybů předpokládaných v úkolech e) a f).

Úlohy a), b) řešte nejprve obecně pak pro dané hodnoty.

4. Lyžařský svah délky $l = 50$ m se sklonem $\alpha = 20°$ navazuje na vodorovnou rovinu. Na svahu se vedle sebe nacházejí dva lyžaři. V nulovém čase se první lyžař spustí dolů. V okamžiku, kdy najíždí na vodorovnou rovinu, spustí se dolů i druhý lyžař. Součinitel smykového tření mezi lyžemi a sněhem je u prvního lyžaře $f = 0{,}08$, u druhého $f' = 0{,}13$. Odpor vzduchu zanedbejte.

a) Do společného grafu zakreslete, jak závisely velikosti rychlostí obou lyžařů na čase.

b) Z grafu určete

1) vzdálenost d mezi lyžaři po zastavení,
2) časový interval, ve kterém se druhý lyžař přibližoval k prvnímu,
3) okamžik, kdy se první lyžař druhému nejrychleji vzdaloval a relativní rychlost v_{r1} v tomto okamžiku,
4) okamžik, kdy se druhý lyžař k prvnímu nejrychleji přibližoval a relativní rychlost v_{r2} v tomto okamžiku,
5) maximální vzdálenost d_{max} mezi lyžaři.

5. Z vyhlídkové věže o výšce h, která stojí na vodorovném terénu, hodil chlapec míček vodorovným směrem.

a) Určete velikost v_0 počáteční rychlosti míčku, při níž míček dopadne do vzdálenosti h od paty věže.

b) Určete velikost a směr rychlosti dopadu $\boldsymbol{v}_d$ míčku.

c) Určete velikost v_0' počáteční rychlosti míčku, při níž míček dopadne pod úhlem 45°.

d) Určete délku vrhu d v případě c).

Odpor vzduchu zanedbejte. Řešte nejprve obecně, pak pro $h = 18{,}5$ m.

6. *Praktická úloha:* **Studium pohybu dutého rotačního tělesa se sypkou náplní po nakloněné rovině**

Jako rotační těleso použijeme např. sklenici od instantní kávy, jako náplň rýži. Náplň sklenice měňte po desetině vnitřního objemu V_0 sklenice. Pro každou náplň proveďte 5 měření doby pohybu po nakloněné rovině získané jednostranným podložením desky dlouhé alespoň 1,4 m. Výsledky měření zapisujte do tabulky:

$\frac{V}{V_0}$	$\frac{t_1}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_2}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_3}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_4}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_5}{\mathrm{s}}$	$\frac{t}{\mathrm{s}}$
0						
0,1						
0,2						
0,3						
0,4						
0,5						
0,6						
0,7						
0,8						
0,9						
1						

Úkoly:

a) Takto popsané měření proveďte pro 3 až 4 různé sklony nakloněné roviny v rozmezí 7 % až 15 %.

b) Sestrojte do jednoho obrázku grafy závislosti doby pohybu po nakloněné rovině na objemu náplně.

c) Zformulujte závěr.

7. A. Žáci měli vypočítat úlohu: Ze vzduchovky o hmotnosti 3,1 kg byl vystřelen náboj o hmotnosti 0,54 g rychlostí 170 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Určete práci, kterou vykonal stlačený vzduch.

Aleš řešil úlohu takto: „Vykonaná práce je rovna kinetické energii získané střelou. Stačí použít vzorec $W = E_\mathrm{k} = mv^2/2$.“

Tomáš však namítl: „Práce byla větší, protože jsi zapomněl započítat kinetickou energii vzduchovky těsně po výstřelu.“

Kdo z žáků má pravdu? Porovnejte číselné výsledky, ke kterým každý z žáků dospěl.

B. Nyní řešte tuto úlohu: Na hladině vody jsou dvě loďky v klidu, záděmi u sebe. Na každé sedí chlapec. Chlapec na první loďce o celkové hmotnosti m_1

odstrčí pádlem druhou loďku o celkové hmotnosti m_2. Druhá loďka tak získá rychlost v_2.

a) Určete práci W, kterou chlapec vykonal.
b) Určete poměr kinetických energií druhé a první loďky E_{k2}/E_{k1}.

Odporové síly zanedbejte. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m_1 = 160$ kg, $m_2 = 100$ kg, $v_2 = 0{,}80\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

C. Kdykoliv se nějaké těleso uvede do pohybu působením tělesa spojeného se Zemí, uvede se podle Newtonových pohybových zákonů do pohybu i Země. Proč do vykonané práce nezapočítáme i kinetickou energii, kterou získala Země?