Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky

Úlohy celostátního kola 44. ročníku FO

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Rovnováha kyvadel

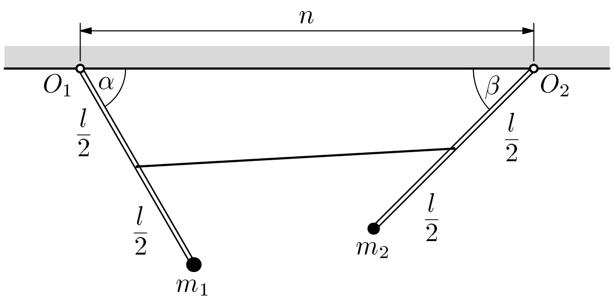
Dvě kyvadla znázorněná na obr. 1 jsou otáčivá okolo bodů O_1 a O_2, které se nacházejí v téže výšce ve vzájemné vzdálenosti n. Kyvadla jsou tvořena tyčemi stejné délky l a zanedbatelné hmotnosti, na jejichž koncích jsou upevněna tělesa zanedbatelných rozměrů. Je dána hmotnost m_1 prvního tělesa, hmotnost m_2 druhého tělesa neznáme. Středy tyčí jsou spojeny gumovým vláknem zanedbatelné hmotnosti a celá soustava je v rovnováze, přičemž tyče kyvadel svírají s vodorovným směrem úhly α a β.

a) Určete síly $\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{F}'$, kterými gumové vlákno působí na tyče kyvadel.

b) Určete hmotnost m_2 druhého tělesa.

c) Určete velikosti sil $\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_2$, které na kyvadla působí v bodech O_1 a O_2 a jejich odchylky α', β' od vodorovného směru.

Úlohu řešte graficky i početně pro hodnoty $m_1 = 3{,}00$ kg, $\alpha = 60{,}0°$, $\beta = 45{,}0°$, $l = 0{,}600$ m, $n = 1{,}200$ m.



Obr. 1

2. Kelvinovy váhy

Na obr. 2 jsou znázorněny *Kelvinovy váhy*, které slouží jako elektrostatický voltmetr. Kruhová deska S o plošném obsahu S je zavěšena na vahadle a vyvážena. V rovnovážné poloze se nachází ve vzdálenosti a od pevné desky D, se kterou tvoří vzduchový kondenzátor, na který přivedeme měřené napětí. Tím se desky kondenzátoru nabijí, začnou se přitahovat a rovnováha se poruší.

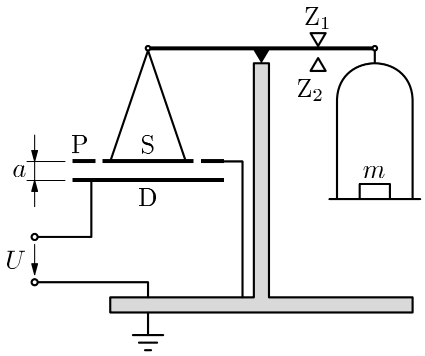
Soustředný prstenec P je přes vahadlo a stojan vah vodivě spojen s deskou S. Jeho účelem je zajistit homogenní pole mezi deskami D a S. Zarážky Z_1 a Z_2 vymezují pohyb vahadla tak, že deska S se z původní rovnovážné polohy může pohybovat pouze nahoru. K tomu dojde, jestliže na misku na pravé straně vahadla přidáme závaží, jehož tíha právě překoná elektrostatickou přitažlivou sílu mezi deskami.

a) Určete kapacitu kondenzátoru tvořeného deskami S a D. Jaký náboj Q se vytvoří na deskách po připojení napětí U?

b) Určete velikost síly, kterou bude na desku S působit deska D. Potřebný vztah odvoďte.

c) Určete hmotnost m závaží, jehož tíha obnoví rovnovážný stav.

Řešte obecně a pak pro hodnoty $S = 100\ \mathrm{cm}^2,\ a = 2{,}00\ \mathrm{mm}, U = 2{,}00\ \mathrm{kV}$. Relativní permitivitu vzduchu považujte za rovnou 1.



Obr. 2

3. Analýza osvětlení

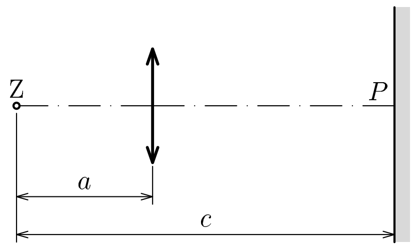
Bodový všesměrový světelný zdroj Z o svítivosti I je umístěn ve vzdálenosti c od stínítka. Mezi zdroj světla a stínítko vložíme tenkou spojnou čočku o ohniskové vzdálenosti $f = c/3$ tak, aby její optická osa procházela zdrojem a byla kolmá na stínítko (obr. 3).

a) Dokažte, že při žádné poloze čočky nevznikne na stínítku ostrý obraz zdroje.

b) Určete, jak závisí osvětlení E stínítka v bodě P, kde stínítko protíná optická osa čočky, na vzdálenosti a čočky od zdroje světla Z.

c) Diskutujte funkci $E = E(a)$ a nakreslete její graf.

Úlohu řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $I = 100$ cd, $c = 1$ m. Při řešení předpokládejte, že světelné paprsky procházející čočkou svírají s optickou osou jen velmi malé úhly a že čočka je opatřena dokonalým antireflexním povrchem, takže nedochází ke ztrátám světla.



Obr. 3

4. Automobil

Prázdný nákladní automobil o hmotnosti m se pohyboval stálou rychlostí v_0 po vodorovné silnici. Když řidič vyřadil rychlostní stupeň, rychlost automobilu se působením odporu vzduchu začala zmenšovat a za dobu t_1 klesla její velikost na hodnotu v_1. Předpokládejme, že účinek valivého odporu kol a tření v ložiskách jsou ve srovnání s odporem vzduchu zanedbatelné a že pro odpor vzduchu platí Newtonův vzorec.

a) Určete součinitel odporu C automobilu, jestliže obsah jeho příčného průřezu je S a vzduch má hustotu ϱ.

b) Určete dráhu s_1, kterou automobil projede za dobu t_1 od okamžiku, kdy řidič vyřadil rychlostní stupeň.

c) Na jakou hodnotu v' by se za dobu t_1 od vyřazení rychlostního stupně zmenšila velikost rychlosti téhož automobilu jedoucího před tím rychlostí v_0, kdybychom přidáním nákladu jeho hmotnost zvětšili na dvojnásobek?

Řešte obecně a pro hodnoty $v_0 = 90$ km/h, $v_1 = 54$ km/h, $t_1 = 30$ s, $m = 2\,500$ kg, $S = 4{,}0\ \mathrm{m}^2$, $\varrho = 1{,}2\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$.