Úlohy 1. kola 44. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Obroučka koše na basketbal má průměr $D = 45$ cm a nachází se ve výšce $h_1 = 3{,}05$ m. Střed koše je ve vodorovné vzdálenosti $L = 5{,}425$ m od čáry trestného hodu. Basketbalista hází trestné hody, přičemž míč opouští jeho ruku v poloze, kdy jeho střed je přesně nad čárou trestného hodu ve výšce $h_2 = 2{,}45$ m.

a) Optimální elevační úhel je takový, při němž střed míče projde středem obroučky a přitom je zapotřebí co nejmenší počáteční rychlost míče. Dokažte obecně, že tento úhel má velikost $45^\circ + \beta/2$, kde β je *záměrný úhel*, tj. odchylka spojnice středu obroučky a počátečního bodu vrhu od vodorovné roviny.
Určete optimální elevační úhel pro zadané hodnoty a vypočtěte příslušnou velikost počáteční rychlosti míče.

b) Míč na basketbal má obvod $o = 78$ cm. Přesvědčte se, že při dodržení optimálního elevačního úhlu a optimální počáteční rychlosti proletí obroučkou, aniž by se jí dotkl.

Odpor vzduchu zanedbejte. Při řešení části b) zanedbejte zakřivení trajektorie míče v blízkosti středu obroučky.

2. Souprava stejných vagonů se pohybuje rovnoměrně po vodorovných kolejích rychlostí v_0 a v čase $t = 0$ začíná najíždět na nakloněnou rovinu s úhlem stoupání α. V okamžiku zastavení je spodní konec soupravy na počátku nakloněné roviny.

a) Určete délku l soupravy.

b) Určete čas t_0, v němž se celá souprava opět ocitne na vodorovné rovině.

c) Určete čas t_1, v němž se celá souprava opět ocitne na vodorovné rovině, je-li počáteční rychlost $v_1 < v_0$.

d) Určete čas t_2, v němž se celá souprava opět ocitne na vodorovné rovině, je-li počáteční rychlost $v_2 > v_0$.

e) Napište funkce, které popisují v úloze d) závislost okamžité rychlosti na čase a závislost dráhy na čase do okamžiku zastavení v nejvyšší poloze na nakloněné rovině. Pro zadané číselné hodnoty veličin sestrojte grafy těchto funkcí.

Úlohy a) až d) řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $v_0 = 6{,}00\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_1 = 4{,}00\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_2 = 10{,}00\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $\alpha = 1{,}00^\circ$. Odporové síly zanedbejte.

3. Do prázdné nádoby o objemu V byl napuštěn plynný *arsan* (arsenovodík) AsH_3 a jeho teplota je udržována na stálé hodnotě $T = 600$ K. Tlak je měřen manometrem a na začátku měl velikost p_0. Arsan se při uvedené teplotě rozkládá na vodík a arsen, jehož atomy se usazují na stěnách nádoby a vytvářejí tzv. arsenové zrcátko. Rychlost reakce je přímo úměrná objemové koncentraci molekul arsanu. Za dobu τ zůstane v nádobě pouze polovina molekul arsanu.

a) Určete, jak závisí tlak v nádobě na času.

b) Jaký tlak bude v nádobě, až se téměř všechny molekuly arsanu rozpadnou?

4. K síťovému transformátoru, jehož svorkové napětí má efektivní hodnotu U a jehož vnitřní odpor je zanedbatelný, připojíme cívku. Obvodem prochází proud o efektivní hodnotě I. Zařadíme-li do série s cívkou rezistor o odporu R_1, zmenší se efektivní hodnota proudu na I_1.

a) Určete indukčnost L ideální cívky a rezistanci R ideálního rezistoru, jejichž sériovým spojením bychom mohli danou reálnou cívku nahradit.

b) Rezistor o odporu R_1 v druhém zapojení nahradíme kondenzátorem. Jakou kritickou hodnotu C_k musí mít kapacita C kondenzátoru, aby amplituda $U_{C\mathrm{m}}$ napětí na kondenzátoru dosáhla maximální možné hodnoty $U_{C\mathrm{mk}}$? Určete hodnotu U_mk.

Řešte nejprve obecně a potom pro hodnoty: $U = 10{,}0$ V, $I = 16{,}0$ mA, $I_1 = 11{,}8$ mA, $R_1 = 470\ \Omega$. Transformátor považujte za zdroj harmonického napětí o frekvenci 50 Hz.

5. Objektivy fotografických přístrojů jsou centrované soustavy čoček, které se chovají jako jediná *tlustá spojka* s ohnisky F, F', hlavními rovinami χ, χ' a hlavními body H, H'. Grafickou konstrukci obrazu bodu pomocí základních paprsků popisuje obr. 1:

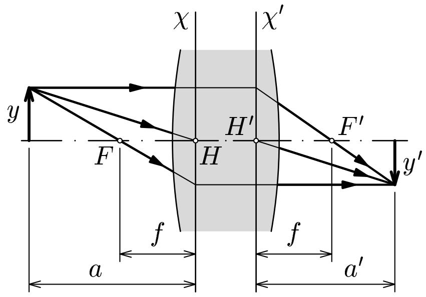
- Paprsek přicházející na tlustou spojku rovnoběžně s optickou osou vystupuje do obrazového ohniska F', jako by se lámal na hlavní rovině χ'.
- Paprsek procházející předmětovým ohniskem F vystupuje z tlusté spojky rovnoběžně s optickou osou, jako by se lámal na hlavní rovině χ.
- Paprsek směřující do hlavního bodu H vystupuje z tlusté spojky týmž směrem, ale posunutý, jako by vycházel z hlavního bodu H'.

Zobrazovací rovnice tenké spojky a vzorce pro výpočet příčného zvětšení obrazu zůstávají v platnosti i u tlusté spojky. Vzdálenosti a, a' a f však musíme měřit od hlavních rovin.

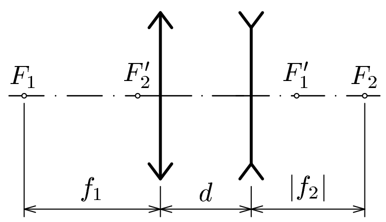
To vše platí i pro jednoduchý teleobjektiv složený z tenké spojky o ohniskové vzdálenosti $f_1 = 6{,}0$ cm a tenké rozptylky o ohniskové vzdálenosti $f_2 = -5{,}0$ cm, jejichž středy mají vzdálenost $d = 4{,}0$ cm (obr. 2).

a) Určete polohu ohnisek teleobjektivu.

b) Určete polohu hlavních rovin a ohniskovou vzdálenost teleobjektivu.



Obr. 1



Obr. 2

6. *Praktická úloha:* **Měření součinitele odporu dutého kužele**

Před praktickým provedením této úlohy doporučujeme prostudovat studijní text *Vybíral, Zdeborová: Odporové síly* (Knihovnička FO č. 48), str. 19 – 21.

Pomůcky: váhy, stopky, tenký papír, rýsovací potřeby, délková měřidla

Popis měřicí metody: Z tenkého (nejlépe průklepového) papíru vystřihněte dvě kruhové výseče o středovém úhlu 270° a poloměru 10 cm a dvě kruhové výseče o středovém úhlu 225° a stejném poloměru. Z těchto výsečí slepte pomocí úzkého proužku tenké izolepy papírové kornouty.

a) Kornouty zvažte a vypočítejte jejich vrcholové úhly a poloměry podstav.

b) Změřte teplotu a tlak vzduchu v místnosti a pomocí stavové rovnice určete hustotu vzduchu, ve kterém provedete měření. Při teplotě 0 °C a tlaku 10^5 Pa je hustota suchého vzduchu $\varrho_0 = 1{,}276\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.

Úlohy c) a d) proveďte nejprve s dvojicí kornoutů s větším vrcholovým úhlem a potom se zbývajícími dvěma kornouty.

c) Pozorujte pád kornoutu otočeného vrcholem dolů od stropu místnosti z co největší výšky h_0. Účinkem odporu vzduchu se rychlost kornoutu velmi brzy ustálí a jeho pohyb bude rovnoměrný. Rychlost pádu určete z doby, která uplyne od průletu kornoutu kolem značky ve výšce $h < h_0$ do jeho dopadu na podlahu místnosti. Volte $h - h_0 > 0{,}5$ m. Měření doby pádu několikrát zopakujte a stanovte aritmetický průměr naměřených hodnot.

d) Úlohu c) opakujte se dvěma kornouty vloženými do sebe. Ověřte, že velikost odporové síly působící na kornouty je přímo úměrná druhé mocnině rychlosti. Kornout složený ze dvou kornoutů má dvakrát větší hmotnost než jeden samostatný, proto by jeho rychlost měla být $\sqrt{2}$krát větší než rychlost jednoduchého kornoutu – pokud platí *Newtonův vztah*
$$F = \frac{1}{2} C \varrho S v^2 = mg\,,$$

e) Ze známé hustoty vzduchu, hmotnosti a rozměrů kornoutu a jeho ustálené rychlosti při pádu určete součinitel odporu C dutého kužele s daným vrcholovým úhlem.

f) Ze stejného papíru vyrobte kornouty o stejných vrcholových úhlech, ale jiných poloměrech podstavy. Ověřte, že ustálené rychlosti pádu kornoutů se stejnými vrcholovými úhly jsou stejné, a vysvětlete to.

g) Porovnejte vypočtené hodnoty součinitele odporu C s hodnotami uvedenými v učebnici fyziky pro jiné tvary těles.

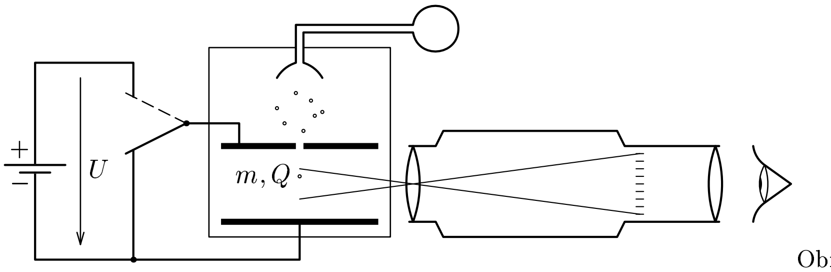
7. K důkazu kvantového charakteru elektrického náboje a k určení elementárního náboje slouží *Millikanův přístroj* (obr. 3). Jemné kapičky oleje jsou z rozprášeny nad vzduchový kondenzátor s vodorovnými deskami. Jednotlivé kapičky propadávají malým otvorem v horní desce kondenzátoru do prostoru mezi deskami, kde jsou z boku intenzivně osvětleny. Jejich pád pozorujeme mikroskopem. V ohniskové rovině okuláru je síť vodorovných rysek, mezi které se promítá obraz kapičky vytvořený objektivem jako světlý bod na tmavém pozadí. Z doby průchodu obrazu dvěma sousedními ryskami můžeme vypočítat rychlost sledované kapičky.

Vzduch v kondenzátoru je ionizován slabým radioaktivním zářičem. Stykem s ionty kapička získává, popř. ztrácí elektrony a její náboj Q se mění. Každá změna náboje kapičky je násobkem elementárního náboje e.

Pokud je kondenzátor bez napětí, působí na kuličku jen tíhová síla, aerostatický vztlak a odporová síla laminárního obtékání a kulička rovnoměrně padá stálou rychlostí $\boldsymbol{v}_0$. Připojíme-li ke kondenzátoru napětí U, začne na kuličku působit ještě elektrická síla, její rychlost se téměř okamžitě změní na novou stálou rychlost $\boldsymbol{v}$.

a) Jaký je poloměr kapičky a jakou má hmotnost, jestliže bez přítomnosti elektrického pole klesá rychlostí $v_0 = 0{,}125\ \mathrm{mm \cdot s^{-1}}$? Hustota oleje $\varrho = 920\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, hustota vzduchu $\varrho_\mathrm{v} = 1{,}2\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, dynamická viskozita vzduchu $\eta = 17{,}1 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{Pa \cdot s}$.

b) Jak se změní rychlost téže kapičky, připojíme-li na desky kondenzátoru napětí $U = 500\ \mathrm{V}$ s polaritou vyznačenou na obr. 3 a kapička nese náboj 1) $Q_1 = -3e$, 2) $Q_2 = +3e$? Vzdálenost desek kondenzátoru je $d = 8\ \mathrm{mm}$.



Obr. 3

Znáte novinku pro sutěžící fyzikální olympiády, která přijde po jednom výtisku na školy?

Vybíral, B.: Zpracování dat fyzikálních měření

Z obsahu: Chyby měření. Hodnocení přesnosti měřené veličiny. Hodnocení přesnosti vypočtené veličiny. Grafická analýza dat měření. Regresní analýza dat měření.

Další výtisky si lze objednat ve vydavatelství MAFY Hradec Králové, Národních mučedníků 215, 500 08.