Úlohy 1. kola 43. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

Ve všech úlohách kromě 2. počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Motorová loď pluje rychlostí o velikosti $v = 6{,}0\ \mathrm{m s^{-1}}$ vzhledem k vodě. Velikost rychlosti proudu řeky je $v_0 = 1{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

a) Určete dobu t_1, kterou se může loď nechat unášet proudem, aby se vrátila zpět za čas $t_0 = 1$ h.

b) Určete vzdálenost d_1 měřenou na břehu, do které se může loď nechat unášet proudem, aby se vrátila zpět za čas $t_0 = 1$ h.

c) Určete dobu t_2, kterou může loď plout po proudu, aby se vrátila zpět za čas $t_0 = 1$ h.

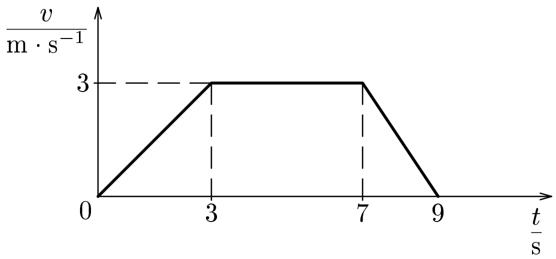
d) Určete dobu t_3, kterou může loď plout proti proudu, aby se vrátila zpět za čas $t_0 = 1$ h.

e) Určete vzdálenost d_2 měřenou na břehu, do které může loď plout po proudu, aby se vrátila zpět za čas $t_0 = 1$ h.

f) Určete vzdálenost d_3 měřenou na břehu, do které může loď plout proti proudu, aby se vrátila zpět za čas $t_0 = 1$ h.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty.

2. Chlapec s bruslemi na nohou tlačil bednu o hmotnosti $m = 80$ kg po ledové ploše tak, že se bedna pohybovala podle grafu na obr. 1. Během zpomalování bedny již na ni nepůsobil.



Obr. 1

a) Určete součinitel smykového tření f.

b) Určete celkovou dráhu s, kterou bedna urazila.

c) Určete celkovou práci W, kterou chlapec působením na bednu vykonal.

d) Určete průměrný výkon chlapce během působení na bednu.

e) Sestrojte graf závislosti velikosti síly chlapce působící na bednu v závislosti na dráze a graf závislosti okamžitého výkonu chlapce na čase.

f) Z každého grafu úlohy e) určete celkovou práci vykonanou chlapcem.

Počítejte s tíhovým zrychlením $g = 10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

3. Kruhová deska o poloměru $R = 5{,}0$ m se otáčí rovnoměrně kolem svislé osy s periodou $T = 10{,}0$ s. Na desce sedí dva chlapci čelem k sobě a hází si míček. Ve středu S desky sedí Standa, v bodě A na obvodu desky sedí Adam. Vodorovná složka rychlosti hozeného míčku má vždy velikosti $v_0 = 6{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ vzhledem k házejícímu chlapci.

a) Pod jakým úhlem φ vzhledem k okamžité poloze spojnice SA musí hodit míček Standa, aby zasáhl Adama?

b) Pod jakým úhlem α vzhledem k okamžité poloze spojnice AS musí hodit míček Adam, aby zasáhl Standu?

c) Určete odpovídající doby t_φ, t_α letu míčku.

d) Jak se změní výsledky předchozích úloh, bude-li perioda otáčení $T' = 4{,}0$ s?

e) Ve vztažné soustavě spojené s rotující kruhovou deskou sestrojte svislý průmět trajektorie míčku letícího z bodu S do bodu A. Řešte pro obě periody T i T'.

4. Úsek železniční tratě tvoří vodorovná rovina, která v místě A přechází v nakloněnou rovinu se sklonem α. Na kolejích stojí souprava vagonů délky l.

a) Lokomotiva vytáhne soupravu na nakloněnou rovinu tak, že dolní konec soupravy se nachází v místě A. Po uvolnění se souprava rozjede. Určete velikost její rychlosti v_0 po návratu na vodorovnou rovinu.

b) Lokomotiva nyní po vodorovné rovině soupravu roztlačí na rychlost $v_1 > v_0$. Určete dráhu s_1, kterou urazí horní konec soupravy po nakloněné rovině do zastavení.

c) Řešte úlohu b) pro případ $v_2 < v_0$. Hledanou dráhu označte s_2.

d) Ve kterém úseku nakloněné roviny se bude souprava pohybovat se stálým zrychlením?

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty

$$\alpha = 1{,}25°,\ l = 300\ \mathrm{m},\ v_1 = 10{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}},\ v_2 = 2{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$

Valivý odpor kol a odpor vzduchu zanedbejte.

5. Dva chlapci stojící ve vzájemné vzdálenosti d si házeli míčem. Doba letu míče byla t_1. Počáteční výška hodu h_0 byla stejná jako výška zachycení.

a) Určete elevační úhel hodu α, velikost počáteční rychlosti míče v_0 a maximální výšku míče h.

b) Určete minimální velikost rychlosti $v_{\min}$, kterou musí chlapec míči udělit, aby ještě doletěl k partnerovi. Pod jakým elevačním úhlem α' musí v tomto případě chlapec míč hodit?

c) Určete dobu letu t_1' v úloze b).

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty

$$d = 21\ \mathrm{m},\ t_1 = 1{,}3\ \mathrm{s},\ h_0 = 1{,}5\ \mathrm{m}.$$

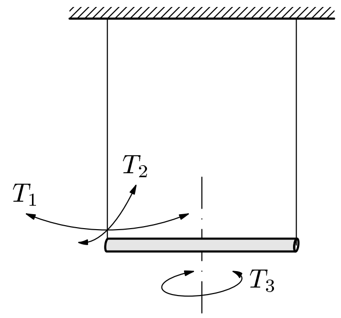
Odpor vzduchu zanedbejte. Při řešení možno využít vztah $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$.

6. *Praktická úloha:* **Experimentální určení čísla $\sqrt{3}$**

Homogenní tyč je v koncových bodech zavěšena na dvou svislých vláknech stejné délky a zanedbatelné hmotnosti. Uvažujme 3 způsoby harmonických kmitů tyče (obr. 2):

a) Tyč vychýlíme o malý úhel v rovině určené tyčí a závěsy a uvolníme.
b) Tyč vychýlíme o malý úhel kolmo k tyči a uvolníme.
c) Tyč otočíme o malý úhel kolem svislé osy tyče a uvolníme.

Označme postupně T_1, T_2, T_3 periody popsaných kmitů.



Obr. 2

Úkoly:

a) Změřte pro každý druh kmitů desetkrát dobu např. 30 kmitů a výsledky doplňte do tabulky:

Číslo měření	$30T_1$	$30T_2$	$30T_3$
1			
2			
⋮			
10			
Aritmetický průměr			

Ze získaných průměrných hodnot vypočtěte T_1/T_2, T_1/T_3, T_2/T_3.

b) Lze dokázat, že platí $T_1/T_3 = T_2/T_3 = \sqrt{3}$. Porovnejte experimentálně zjištěné výsledky T_1/T_3, T_2/T_3 s číslem $\sqrt{3}$ a vypočtěte relativní chybu (odchylku), které jste se při měření dopustili.

7. Dne 12. 2. 2001 přistála na planetce Eros sonda Shoemaker. Planetku tvoří protáhlý balvan s podélným rozměrem asi 35 km. Podle novinových zpráv sonda Shoemaker o hmotnosti 495 kg na planetce Eros "váží pouze 450 gramů".

a) Určete velikost K intenzity gravitačního pole v místě přistání sondy na planetce Eros.

Zvolme nyní následující modelovou situaci. Planetka bude mít tvar plné homogenní koule hustoty $\varrho = 2200\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

b) Určete poloměr r uvedené modelové planetky, na jejímž povrchu je stejná intenzita gravitačního pole jako na Erosu.

c) Určete velikost kruhové rychlosti v_k bezprostředně při povrchu modelové planetky a porovnejte ji s 1. kosmickou rychlostí tělesa na Zemi.

d) Určete periodu T pohybu družice obíhající bezprostředně při povrchu modelové planetky a porovnejte ji s periodou oběhu družice Země při 1. kosmické rychlosti.

Úlohy b), c), d) řešte nejprve obecně, kde K z úlohy a) považujte za danou veličinu, potom pro dané číselné hodnoty. Planetka Eros nerotuje.