Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky

Úlohy regionálního kola 42. ročníku FO kategorie D

V úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Vozidla A, B se pohybují v témže směru tak, že v čase $t = 0$ se míjejí. Grafy dráhy obou vozidel jsou na obr. 1. Křivočaré úseky grafů jsou části parabol. Jejich začátky a konce jsou vyznačeny kroužky.

a) Určete maximální okamžitou rychlost každého vozidla.

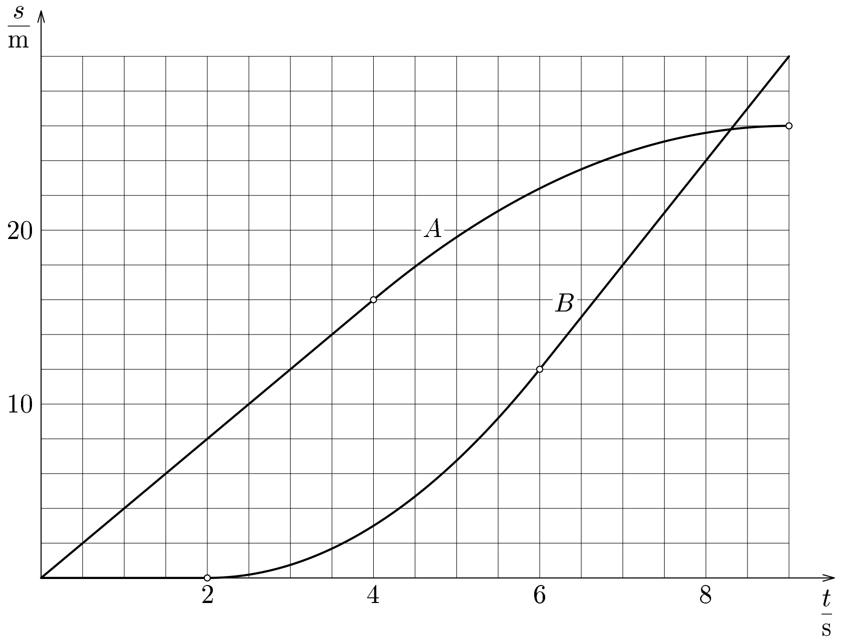
b) Určete velikost okamžitého zrychlení každého vozidla v čase $t_1 = 5$ s.

c) Určete čas t_2, v němž velikost rychlosti vozidla B je $2{,}1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

d) Určete velikost rychlosti vozidla A v čase $t_3 = 7{,}5$ s.

e) Sestrojte na milimetrový papír grafy rychlosti pro obě vozidla.

f) Určete libovolným způsobem co nejpřesněji maximální vzdálenost $d_{\max}$ mezi vozidly v časovém intervalu zobrazením na obr. 1.



Obr. 1

2. Svah přechází hladce do protisvahu stejné délky. Oba svírají s vodorovnou rovinou stejný úhel α. Z nejvyššího bodu svahu se z klidu spustí lyžař a zastaví se v polovině protisvahu. Celková doba jízdy je T.

a) Určete dobu t_1 jízdy z kopce a dobu t_2 jízdy do kopce.

b) Určete součinitel f smykového tření.

c) Sestrojte graf rychlosti.

d) Do téhož obrázku sestrojte graf rychlosti pro případ, že by pohyb lyžaře probíhal bez tření.

Odpor vzduchu zanedbejte. Úlohy a), b) řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $T = 12\ \mathrm{s}$, $\alpha = 20°$.

3. Těleso vržené svisle vzhůru z úrovně povrchu Země prochází výškou $h_1 = 8{,}6\ \mathrm{m}$ nad zemským povrchem dvakrát v časovém intervalu $\Delta t = 1{,}6\ \mathrm{s}$.

a) Určete okamžitou rychlost v_1 při průchodu tělesa výškou h_1 a maximální výšku vrhu tělesa h_m.

b) Určete počáteční rychlost tělesa v_0.

c) Určete celkovou dobu letu tělesa t_c.

Řešte nejprve obecně a potom pro dané číselné hodnoty. Odpor vzduchu neuvažujte.

4. Od družice, která obíhá kolem Země po kružnici o poloměru $r_0 = 15\,000\ \mathrm{km}$, uvolníme subdružici s vlastním pohonem. Během velmi krátké doby zvětší subdružice velikost své rychlosti, aniž by změnila její směr, tak, že začne obíhat po elipse s dvojnásobnou periodou. To znamená, že po dvou obězích původní družice se obě tělesa opět setkají.

a) Určete periodu T_0 celé původní družice.

b) Ve vhodném měříku nakreslete Zemi a trajektorie původní družice a subdružice. V obrázku vyznačte střed Země S. U trajektorie subdružice vyznačte perigeum P, apogeum A, hlavní poloosu a a průvodiče $\boldsymbol{r}_\mathrm{p}$ v perigeu a $\boldsymbol{r}_\mathrm{a}$ v apogeu.

c) Zakreslete rychlost původní družice $\boldsymbol{v}_0$, rychlost subdružice v perigeu $\boldsymbol{v}_\mathrm{p}$ a rychlost subdružice v apogeu $\boldsymbol{v}_\mathrm{a}$. Seřaďte tyto rychlosti podle velikosti a toto porovnání odůvodněte.

d) Určete vzdálenost r_a apogea subdružice od středu Země.

e) Určete poměr $v_\mathrm{p}/v_\mathrm{a}$.

Gravitační konstanta $\varkappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$,
hmotnost Země $M = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$.