Úlohy 1. kola 42. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Vrtulové letadlo urazí za bezvětří přímou vzdálenost $d = 120$ km mezi místy A a B za dobu $t_0 = 36$ min. Během letu však fouká vítr stálé velikosti i směru rychlostí $u = 40\ \mathrm{km} \cdot h^{-1}$.

a) Určete maximální možné zpoždění Δt_1 letadla při daném větru.

b) Určete maximální možný časový předstih Δt_2 letadla při daném větru.

c) Určete předstih či zpoždění Δt_3 letadla, fouká-li vítr kolmo k trase AB.

d) Určete směr větru, při kterém dorazí letadlo do cíle za stejnou dobu jako za bezvětří. Jaká je pravděpodobnost, že při náhodném, ale stálém směru větru letadlo nebude mít zpoždění?

2. Na železniční trati se upravuje kolejový svršek v úseku délky $d = 1400$ m, na němž je povolena maximální rychlost $v_2 = 36\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Rychlík délky $l = 300$ m jedoucí rychlostí $v_1 = 108\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ začne ve vzdálenosti $d_1 = 800$ m před zpomaleným úsekem rovnoměrně brzdit tak, že do zpomaleného úseku vjíždí požadovanou rychlostí v_2. Po projetí posledního vagónu zpomaleným úsekem bude vlak se stejně velkým zrychlením rovnoměrně zrychlovat až do dosažení rychlosti v_1.

a) Určete dobu t_1 brzdění vlaku.

b) Určete zrychlení a během brzdění.

c) Sestrojte graf závislosti rychlosti vlaku na čase od začátku brzdění do konce zrychlování. Z grafu určete dráhový rozdíl Δs rychlíku způsobené opravou kolejí.

d) Sestrojte graf závislosti dráhy na čase od začátku brzdění do konce zrychlování. Z grafu určete dráhový rozdíl Δs a časové zpoždění Δt způsobené opravou kolejí.

Úlohy a), b) řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty.

3. Sedačka řetízkového kolotoče se pohybuje rovnoměrně po kružnici o poloměru $r = 5{,}00$ m s dobou oběhu $T = 6{,}00$ s. Sedačku považujte za hmotný bod.

a) Zvolte měřítko pro zobrazení délek a měřítko pro zobrazení rychlostí. Zobrazte trajektorii sedačky a v určitém jejím bodě A sestrojte vektor okamžité rychlosti $\boldsymbol{v}_A$. Poté sestrojte vektor okamžité rychlosti $\boldsymbol{v}_B$ v bodě B, do něhož se hmotný bod dostane opsáním zvoleného úhlu $\Delta\varphi$ za dobu Δt. Dále sestrojte vektor $\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A$ a změřte jeho velikost $|\Delta \boldsymbol{v}|$.
Konstrukci opakujte několikrát pro různé úhly $\Delta\varphi$ a doplňte následující tabulku:

$\frac{\Delta\varphi}{^\circ}$	$\frac{\Delta t}{\mathrm{s}}$	$\frac{\lvert\Delta \boldsymbol{v}\rvert}{\mathrm{m \cdot s^{-1}}}$	$\frac{\lvert\Delta \boldsymbol{v}\rvert/\Delta t}{\mathrm{m \cdot s^{-2}}}$
90			
60			
30			
20			
10			

b) Vypočtěte přímo ze zadání velikost dostředivého zrychlení a_d sedačky.

c) Porovnejte hodnotu a_d s hodnotami v posledním sloupci tabulky. Jak se porovnávané hodnoty liší v závislosti na úhlu $\Delta\varphi$?

d) Porovnejte směr dostředivého zrychlení $\boldsymbol{a}_\mathrm{d}$ se směry vektoru $|\Delta \boldsymbol{v}|$ získaného konstrukcí. Jak se porovnávané směry liší v závislosti na úhlu $\Delta\varphi$?

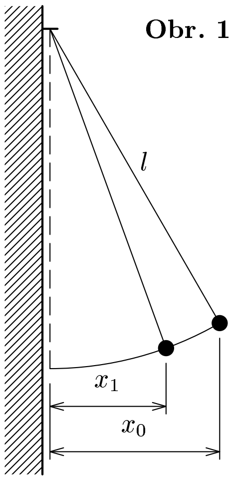
4. Kyvadlo tvoří vlákno délky $l = 2{,}40$ m a malá kulička. V rovnovážné poloze kyvadla se kulička právě dotýká svislé stěny (obr. 1). Nyní kyvadlo vychýlíme tak, že kulička bude ve vzdálenosti $x_0 = 60{,}0$ cm od stěny. Po uvolnění kulička dopadne na stěnu, odrazí se a vychýlí se do vzdálenosti $x_1 = 49{,}0$ cm od stěny.

a) Určete velikost v_0 rychlosti dopadu, velikost v_1 rychlosti odrazu kuličky a tzv. *koeficient restituce* $k = \dfrac{v_1}{v_0}$.

b) Do jaké vzdálenosti x_2 od stěny doletí kulička po následujícím odrazu od stěny?

Koeficient restituce považujte za konstantní. Odpor vzduchu zanedbáváme.

Obr. 1



5. Sportovec při tréninku zvedal ze země břemeno o hmotnosti $m = 12$ kg konstantní silou $F = 420$ N svisle vzhůru po dráze $s_1 = 1{,}6$ m, poté břemeno uvolnil a nechal pohybovat až do dopadu na zem.

a) Určete rychlost v_1 břemene v okamžiku uvolnění.

b) Určete výšku h_1 vrhu.

c) Určete průměrný výkon P sportovce během působení na břemeno.

d) Sestrojte graf závislosti okamžité výšky h na čase t a graf závislosti velikosti okamžité rychlosti v na čase t.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty.

6. *Praktická úloha* **Studium pohybu rotačních těles po nakloněné rovině**

Teorie

Necháme-li klouzat těleso po nakloněné rovině bez tření z výšky h, dosáhne konečné rychlosti

$$v_0 = \sqrt{2gh}\,. \tag{1}$$

Necháme-li odvalovat rotační těleso (válec, kouli, činku, špulku, láhev, trubku apod.), dosáhne rychlosti menší než v_0, neboť původní potenciální energie se přeměnila nejen na kinetickou energii posuvného pohybu, ale i na kinetickou energii rotačního pohybu. Obecně je dosažená rychlost

$$v = \sqrt{Kgh}\,, \tag{2}$$

kde K je číselná hodnota, jejíž velikost budeme měřit. Pro plný homogenní válec je $K = 4/3$, pro plnou homogenní kouli $K = 10/7$.

Úkoly:

1. Odvoďte rovnici (1).
2. Z rovnic (1) a (2) vyjádřete konstantu K.
3. Sestavte nakloněnou rovinu s měnitelným sklonem a změřte její délku l. Pro přesné nastavení výšky je nutné pečlivě stanovit vodorovnou polohu nakloněné roviny. Nakloněná rovina i rotační těleso musí mít tvrdý povrch.
4. Zvolte 3 různé výšky nakloněné roviny. Pro každou výšku změřte 5krát dobu pohybu po nakloněné rovině a vypočtěte průměrnou hodnotu t. Výsledky zapište do tabulky a z naměřených hodnot postupně vypočtěte hodnoty K.

$l = \ldots \mathrm{m}$	$\frac{h}{\mathrm{m}}$	$\frac{t_1}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_2}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_3}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_4}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_5}{\mathrm{s}}$	$\frac{t}{\mathrm{s}}$	$\frac{v = \frac{2l}{t}}{\mathrm{m\cdot s^{-1}}}$	$\frac{v_0 = \sqrt{2hg}}{\mathrm{m\cdot s^{-1}}}$	$K = \frac{2v^2}{v_0^2}$	K	K_{teor}
plný homog. válec												$4/3 \doteq 1{,}33$
plná homog. koule												$10/7 \doteq 1{,}43$

5. U válce a koule porovnejte naměřenou hodnotu K s hodnotou teoretickou. Porovnejte též změřenou konstantu K jednotlivých těles a pokuste se výsledek zdůvodnit.

7. Umělá družice se dostala na kruhovou oběžnou dráhu o poloměru $r = 10\,000$ km kolem Země. Družice se skládá z vlastní družice o hmotnosti $m_1 = 50$ kg a ochranného štítu o hmotnosti $m_2 = 10$ kg. Štít se odhazuje dopředu ve směru pohybu uvolněním stlačených pružin. Při pozemních zkouškách upevněné družice pružiny udělily štítu rychlost $v_0 = 6{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Hmotnost Země je $M = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg, gravitační konstanta $\varkappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$.

a) Určete dobu T oběhu družice před oddělením.

b) Nakreslete obrázek Země a kruhové trajektorie družice před oddělením pláště. Do téhož obrázku přibližně nakreslete trajektorie jejích částí po oddělení.

c) Která z částí původní družice se do místa oddělení vrátí dříve? Odpověď zdůvodněte.

d) Určete vzájemnou rychlost w družice a štítu bezprostředně po oddělení na oběžné dráze.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty.

V druhém kole lze očekávat úlohy z témat: Kinematika
Dynamika
Mechanická práce a energie
Pohyby v gravitačním poli
Téma studijního textu