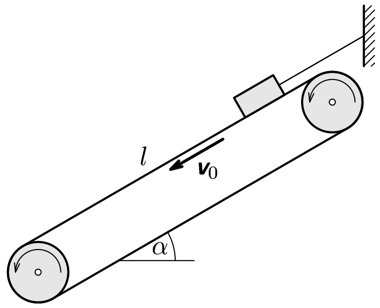
Úlohy 1. kola 42. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Pás transportéru, jehož rovina svírá s vodorovnou rovinou ostrý úhel α, se pohybuje stálou rychlostí $\boldsymbol{v}_0$ vzhledem k povrchu země ve směru vyznačeném na obr. 1. Na pásu je ve vzdálenosti l od dolního konce položena cihla, která je motouzem připevněna k nehybné stěně. Přestřihneme-li motouz, začne se cihla pohybovat po pásu. Za jakou dobu a jakou rychlostí dorazí k dolnímu konci pásu, je-li součinitel smykového tření mezi pásem a cihlou f?



Obr. 1

Řešte obecně, pak pro hodnoty: $v_0 = 3{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $\alpha = 30°$, $l = 3{,}0$ m

a pro dvě různé hodnoty součinitele smykového tření: $f_1 = 0{,}70$ a $f_2 = 0{,}40$.

Rozdíl mezi součinitelem tření v klidu a za pohybu zanedbejte.

2. Hustoměr vyrobený pro měření hustot v intervalu $900\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ až $1100\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ byl při teplotě 25 °C ponořen do širší nádoby s destilovanou vodou. Z vody vyčnívá válcová trubice o průměru 5,0 mm se stupnicí hustoměru, na které čteme u hladiny hodnotu $997\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$. Po vychýlení ve svislém směru se hustoměr rozkmitá podél své osy s periodou 2,25 s.

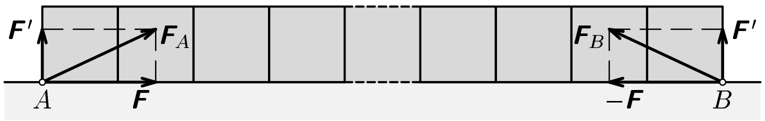
a) Vysvětlete, proč můžeme při zanedbání vnitřního tření v kapalině považovat kmity za harmonické.

b) Určete objem ponořené části hustoměru před jeho rozkmitáním.

c) Určete délku stupnice hustoměru.

3. Kostky dětských obrázkových skládanek jsou dřevěné krychličky o hraně délky $b = 40$ mm. Na stole leží řada $n = 20$ takovýchto krychliček, kterou chceme zvednout tak, že na krajní krychličky budeme působit stejně velkými silami $\boldsymbol{F}_A$, $\boldsymbol{F}_B$. Ze zkušenosti víme, že působiště sil musí být co nejblíže dolní hraně krychličky. Předpokládejme tedy ideální případ, kdy budeme působit přímo na dolní hranu (obr. 2).

Hustota krychliček je $750\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, součinitel klidového tření mezi krychličkami je $f_0 = 0{,}65$.



Obr. 2

a) Jak velké musí být svislé složky $\boldsymbol{F}'$ sil $\boldsymbol{F}_A$ a $\boldsymbol{F}_B$?

b) Jak velkou přítlačnou silou ve vodorovném směru na sebe působí jednotlivé krychličky?

c) Jak velkou svislou silou působí $(i+1)$-ní krychlička na i-tou? Mezi kterými krychličkami je tato síla největší? Toto silové působení je umožněno třením mezi krychličkami. Jaké musí být minimální velikosti vodorovných složek $\boldsymbol{F}$, $-\boldsymbol{F}$ sil $\boldsymbol{F}_A$, $\boldsymbol{F}_B$, aby nedošlo k proklouznutí?

d) Jak vysoko nad dolní hranou je působiště přítlačné síly mezi $(i+1)$-ní a i-tou krychličkou? Mezi kterými krychličkami je působiště nejvýše?

e) Výška působiště pochopitelně nemůže být větší než b, jinak by došlo ke „zlomení“ řady. Jaká musí být minimální velikost složek $\boldsymbol{F}$, $-\boldsymbol{F}$, aby ke zlomení nedošlo?

Úlohu řešte obecně. Číselně určete jen velikosti sil $\boldsymbol{F}'$ v úkolu a) a velikost minimální síly v úkolech c) a e).

4. Těleso ve tvaru písmene „L“, které vzniklo slepením sedmi dřevěných krychliček o hraně $s = 4{,}0$ cm a hustotě $\varrho = 750\ \mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$, položíme na gumovou podlahu automobilu rozjíždějícího se ve směru šipky (obr. 3). Součinitel klidového tření mezi tělesem a podlahou je $f_0 = 0{,}70$.

Určete:

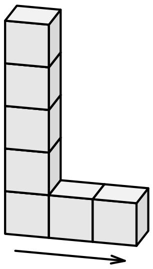
a) polohu těžiště tělesa,

b) působiště, směr a velikost nejmenší síly, která těleso povalí na podlahu,

c) zrychlení automobilu během rozjíždění, při kterém se těleso svalí dozadu,

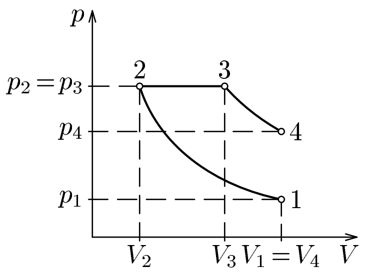
d) rychlost automobilu během jízdy po kruhovém objezdu o poloměru 20 m, při které se těleso svalí na bok,

e) zrychlení automobilu během brzdění, při kterém se těleso svalí dopředu.



Obr. 3

5. V ideálním plynu stálé hmotnosti s dvouatomovými molekulami proběhl děj 1-2-3-4 znázorněný grafem $p = f(V)$ na obr. 4. Úseky 1-2 a 3-4 odpovídají izotermickým dějům. Počáteční hodnoty stavových veličin: $T_1 = 300$ K, $V_1 = 1{,}00 \cdot 10^{-2}$ m^3, $p_1 = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa. Dále platí $V_2 = 0{,}25\,V_1$, $V_3 = 0{,}70\,V_1$.



Obr. 4

a) Určete hodnoty stavových veličin p, V, T, U v krajních bodech každého úseku děje. U je vnitřní energie plynu.

b) Ve kterém úseku děje koná plyn práci? Ve kterém odevzdává teplo do okolí? Odpovědi zdůvodněte a vypočítejte hodnoty těchto veličin.

c) Znázorněte děj 1-2-3-4 grafy funkcí $p = f(T)$, $V = f(T)$, $U = f(V)$ a $U = f(p)$.

6. *Praktická úloha:* **Určení modulu pružnosti v tahu z průhybu tyče.**

Teorie:

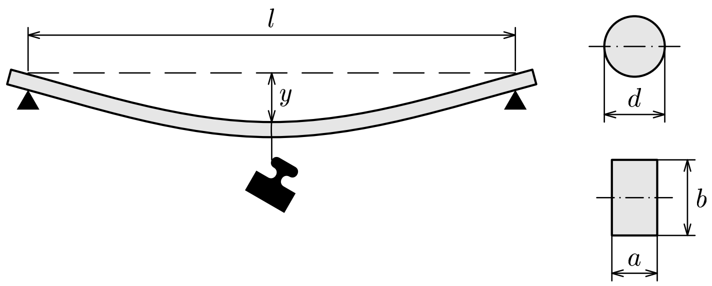
Tyč délky l podepřenou na koncích zatížíme uprostřed silou o velikosti F realizovanou pomocí závaží (obr. 5). Velikost průhybu je určena vztahem

$$y = \frac{Fl^3}{48EJ}\,,$$

kde E je *Youngův modul pružnosti v tahu* materiálu tyče a J je *plošný moment setrvačnosti průřezu tyče*, který vypočítáme jako

$$J = \frac{\pi d^4}{64} \qquad \text{u tyče kruhového průřezu,}$$

$$J = \frac{ab^3}{12} \qquad \text{u tyče obdélníkového průřezu (} b \text{ je výška tyče).}$$

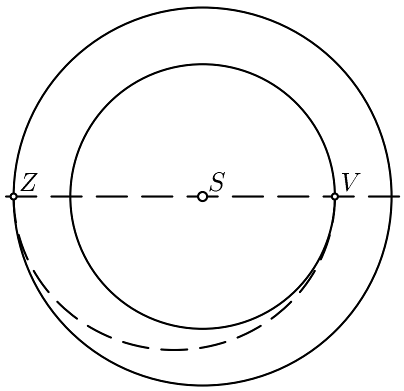


Obr. 5

Úkol:

Navrhněte a prakticky realizujte měření modulu pružnosti v tahu na základě uvedených vztahů. Jako tyče použijte silnější ocelové dráty různého průměru a délky. Měření případně opakujte i pro dráty z jiného materiálu. Zhodnoťte přesnost měření. Získané výsledky porovnejte s tabulkovými hodnotami.

7. Planeta Země se pohybuje kolem Slunce po trajektorii, která má přibližně tvar kružnice o poloměru $149{,}6\cdot 10^6$ km s dobou oběhu 365,24 dne. Pozorovatel na Zemi sleduje delší dobu planetu Venuši na obloze buď večer jako Večernici nebo ráno jako Jitřenku. Venuši můžeme pozorovat nejdále v úhlové vzdálenosti $46°20'$ od středu zapadajícího Slunce a stejná situace se opakuje vždy po 1,5987 roku. Také trajektorie Venuše má přibližně tvar kružnice a obě trajektorie jsou přibližně v téže rovině.



Obr. 6

a) Stanovte vzdálenost Venuše od Slunce.

b) Ze synodické doby oběhu Venuše stanovte její siderickou dobu oběhu kolem Slunce.

c) Na základě údajů o pohybu obou planet určete hmotnost Slunce.

d) Ověřte, že pro Zemi a Venuši je splněn 3. Keplerův zákon.

e) Kosmická sonda se vydala po energeticky výhodné trajektorii tvaru elipsy ze Země k Venuši (obr. 6). Za jakou dobu k Venuši dorazí?

f) Ze Země je Slunce vidět pod zorným úhlem $32'$. Pod jakým zorným úhlem uvidíme Slunce ze sondy v blízkosti Venuše?