Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky

Úlohy regionálního kola 42. ročníku FO kategorie B

1. Dvě výzkumná střediska A, B na Měsíci, jejichž povrchová vzdálenost je s, má spojit podzemní rychlodráha vybudovaná v přímém tunelu (obr. 1). Pohon rychlodráhy obstará gravitační síla Měsíce, která vlak v první polovině tunelu urychlí a v druhé polovině zbrzdí až do zastavení. Vlak se pohybuje ve vakuu na magnetickém polštáři, takže odporové síly můžeme zanedbat.

Měsíc považujte za homogenní kouli o poloměru $R = 1{,}74 \cdot 10^6$ m, jeho rotaci zanedbejte. Gravitační zrychlení na povrchu Měsíce má velikost $g = 1{,}62\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, uvnitř tunelu je menší. Ve vzdálenosti r od středu Měsíce působí na těleso o hmotnosti m gravitační síla, která směřuje do středu a má velikost

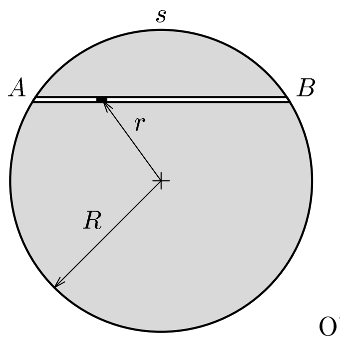
$$F_\mathrm{g} = mg\frac{r}{R}\,. \tag{1}$$

a) Dokažte, že pohyb vlaku bude harmonický a určete dobu jízdy ze stanice A do stanice B.

b) Určete počáteční zrychlení vlaku a rychlost, kterou bude mít uprostřed tunelu.

c) Jak se bude měnit tíha pasažéra během jízdy?

Řešte obecně a pak číselně pro hodnotu $s = 2000$ km.



Obr. 1

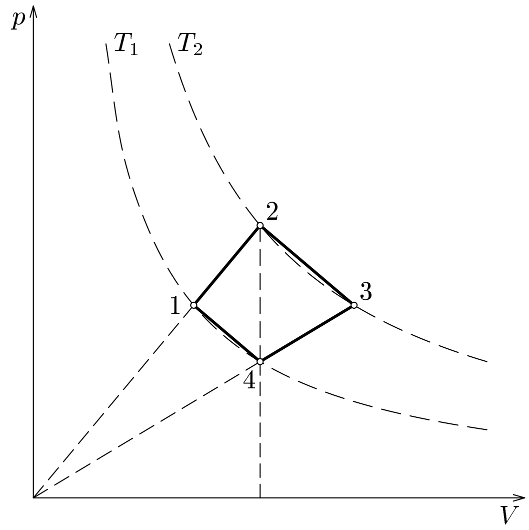
2. Na obr. 2 je p-V diagram teoretického kruhového děje 12341, jehož pracovní látkou je ideální plyn o látkovém množství n. Jednotlivé úseky děje jsou zobrazeny úsečkami. Body 1 a 4, resp. 2 a 3 leží na izotermách pro teploty T_1 a T_2. Dále platí $V_2 = V_4$.

a) Vyjádřete objemy V_1 a V_3 pomocí teplot T_1, T_2 a objemu V_2.

b) Pro každý úsek kruhového děje určete vykonanou nebo spotřebovanou práci.

c) Určete celkovou práci kruhového děje.

Řešte obecně a pro hodnoty $T_1 = 300$ K, $T_2 = 450$ K, $n = 2$ moly.



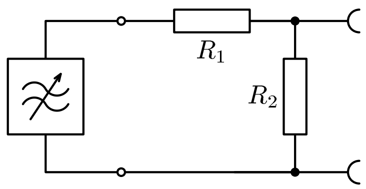
Obr. 2

3. Dvě malé kuličky o hmotnosti m zavěsíme ve vakuu v tomtéž bodě Z pomocí dvou nevodivých nepružných nití délky l. Třetí nití stejné délky kuličky spojíme. Kuličky nabijeme stejnými kladnými náboji o velikosti Q.

a) Jak velké musí být náboje, aby třetí nit byla napnutá? Jak velká síla ji bude napínat při určité velikosti nábojů Q?

b) Bod upevnění Z uvedeme do zrychleného pohybu svisle dolů a velikost zrychlení a budeme postupně zvětšovat. Načrtněte graf závislosti velikosti síly napínající třetí nit na velikosti zrychlení.

4. Nezatížený tónový generátor má svorkové napětí $U_0 = 10{,}0$ V a lineární zatěžovací charakteristiku. (S rostoucím proudem jeho svorkové napětí lineárně klesá.) Odebíráme-li proud 1,00 mA, poklesne svorkové napětí na 7,0 V. (Počítáme s efektivními hodnotami napětí a proudu.)



Obr. 3

a) Určete vnitřní odpor generátoru.

b) Ke generátoru připojíme odporový dělič tvořený dvěma rezistory o odporech R_1 a R_2 (obr. 3). Dokažte, že takto upravený zdroj bude mít opět lineární zatěžovací charakteristiku.

c) Určete odpory R_1 a R_2 tak, aby upravený zdroj měl napětí naprázdno $U_0' = 100$ mV a vnitřní odpor $R_i' = 75\ \Omega$.