Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky

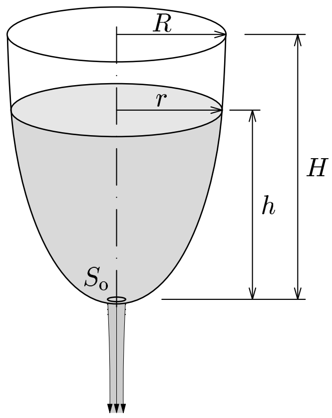
Úlohy regionálního kola 42. ročníku FO kategorie A

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Staré vodní hodiny byly zhotoveny jako číše, ze které malým otvorem ve dně vytékala voda (obr. 1). Takové hodiny používali u řeckých a římských soudů, aby určili časový limit advokátům a nedocházelo tak k dlouhým vystoupením.

a) Předpokládáme, že číše je rotační těleso se svislou osou souměrnosti. Jak se mění poloměr r příčného průřezu v závislosti na jeho výšce ode dna, jestliže hladina klesá stálou rychlostí?

b) Jaký je poloměr R horního okraje číše a jaký plošný obsah S_o má otvor ve dně, je-li objem nádoby V, výška nádoby H a voda z ní vyteče za dobu t?



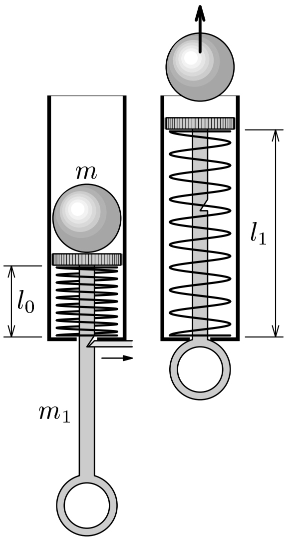
Obr. 1

Řešte obecně a pro hodnoty $V = 5\ \mathrm{dm^3}$, $H = 30$ cm, $t = 15$ min. Vodu považujte za dokonalou kapalinu.

2. Zařízení na obr. 2, které slouží k vymrštění kuličky o hmotnosti m, se skládá z válcové nádobky s otvorem ve dně, volného pístu s táhlem o celkové hmotnosti m_1 a tlačné pružiny o tuhosti k, jejíž délka l v nezatíženém stavu je větší než délka nádobky. Nádobka je připevněna k masivnímu stojanu. Na píst položíme kuličku a pružinu stlačíme na délku l_0. Po uvolnění se pružina roztáhne na délku l_1 a zvedne píst s kuličkou. Píst se zastaví pod horním okrajem nádobky působením zarážky, ale kulička pokračuje v pohybu vzhůru.

a) S jakou rychlostí kulička opustí píst a do jaké výšky nad píst vyletí?

b) Vysvětlete, proč můžeme pohyb pístu při roztažení pružiny z délky l_0 na délku l_1 považovat za část harmonického kmitu, a určete dobu, za kterou roztažení proběhne.



Obr. 2

Řešte obecně a pro hodnoty:
$m = 24$ g, $m_1 = 15$ g, $l = 120$ mm, $l_0 = 30$ mm, $l_1 = 80$ mm, $k = 62\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$.
Hmotnost pružiny, tření a odpor vzduchu zanedbejte.

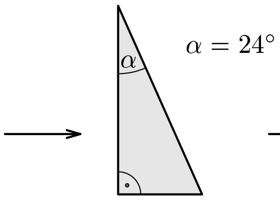
3. Heliové spektrum obsahuje 7 výrazných čar, z nichž nejvýraznější – žlutá – má vlnovou délku $\lambda_{ž} = 587{,}6$ nm. Světlo z heliové výbojky necháme podle obr. 3 kolmo dopadat na hranol z flintového skla (tzv. těžké sklo), jehož index lomu vzhledem ke vzduchu pro vlnovou délku $\lambda_{ž}$ je $n_{ž} = 1{,}752$. Úhly hranolu jsou zřejmé z obrázku.

a) Po průchodu hranolem dochází k disperzi a poslední čára na fialovém konci spektra o vlnové délce $\lambda_{f} = 447{,}1$ nm je od žluté čáry odchýlena o úhel $\varphi_{f} = 1°8'50''$ (úhel lomu fialové je o φ_{f} větší než úhel lomu žluté). Určete index lomu n_{f} pro fialovou čáru.

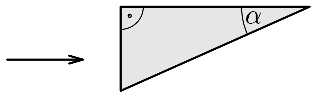
b) Závislost indexu lomu na vlnové délce velmi dobře popisuje poloempirický vztah $n = a + b/\lambda^2$, kde a, b jsou konstanty charakteristické pro daný materiál. Využijte toho pro určení indexu lomu $n_{č}$ poslední čáry na červeném konci spektra, jejíž vlnová délka je $\lambda_{č} = 706{,}5$ nm. Určete také odchylku $\varphi_{č}$ od žlutého paprsku.

c) Jaké budou odchylky $\varphi_{f}{}', \varphi_{č}{}'$, jestliže hranol otočíme o 90° (obr. 4)? Načrtněte chod paprsku hranolem.

Vypočtené úhly zaokrouhlete na úhlové minuty.



Obr. 3



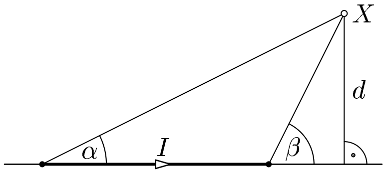
Obr. 4

4. a) Jak velká je magnetická indukce ve středu čtvercové smyčky o straně a ve vakuu, kterou prochází proud I? Porovnejte ji s indukcí ve středu kruhové smyčky o stejném obvodu, kterou prochází stejný proud. Vodič tvaru úsečky (obr. 5) vytváří magnetické pole, jehož indukce má v bodě X velikost

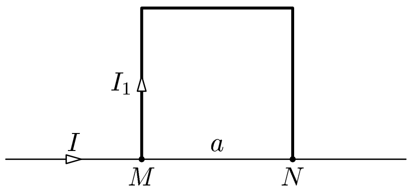
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{d} (\cos\alpha - \cos\beta)\,.$$

b) Dlouhým přímým vodičem ve vakuu prochází proud I. V bodech M, N je k němu připojena smyčka tvaru čtverce bez jedné strany vyrobená ze stejného materiálu (obr. 6). Obsah průřezu vodiče smyčky je k-krát větší než obsah průřezu původního vodiče. Jak velký proud I_1 prochází smyčkou?

c) Jak velké musí být k, aby ve středu čtverce byla nulová magnetická indukce?



Obr. 5



Obr. 6