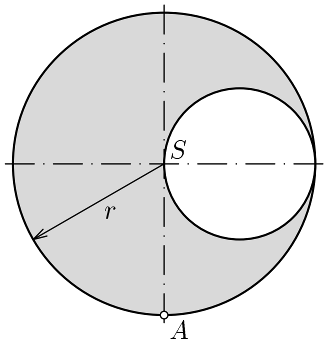
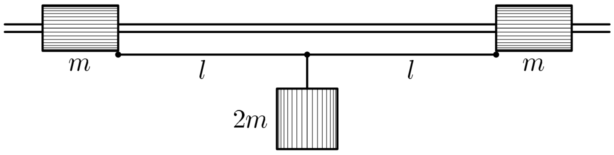
Úlohy 1. kola 42. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

1. Vodorovná homogenní kruhová deska o poloměru r, ze které byl vyříznut otvor o poloměru $0{,}5r$, je podepřena v bodě A (obr. 1). Určete body B, C na obvodu desky, do kterých musíme umístit další dvě podpěry, mají-li být všechny zatíženy stejně. Počítejte i s možností, že některá podložka je na obvodu otvoru. Tření mezi deskou a podpěrami je malé; síly v bodech A, B, C proto mají svislý směr.
Úlohu řešte graficky i početně.



Obr. 1

2. Dva stejné osově provrtané válce o hmotnostech m jsou navléknuty na hladkou vodorovnou tyč a spojeny tenkou pevnou neroztažitelnou nití délky $2l$. Nit je téměř vodorovná, ale bez napětí (obr. 2). Do středu niti umístíme podepřené závaží o hmotnosti $2m$ a uvolníme je. Určete, jaké největší rychlosti v_{m}, u_{m} dosáhnou válce a závaží při ději, který následuje, můžeme-li tření v soustavě a odpor vzduchu zanedbat.



Obr. 2

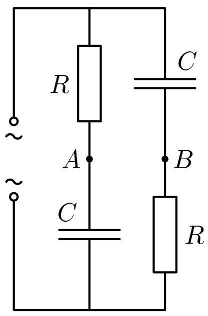
3. Obvod tvořený dvěma stejnými rezistory o odporu 1 kΩ a dvěma stejnými kondenzátory o kapacitě 10 μF byl podle obr. 3 připojen k síti 50 Hz, 240 V.

a) Jaké napětí naměříme voltmetrem připojeným mezi body A, B?

b) Voltmetr nahradíme ampérmetrem. Jaký proud naměříme?

c) Nakonec zapojíme do obvodu wattmetr. Napěťovou cívku wattmetru připojíme přímo k síti a proudovou cívku mezi body A, B. Jaký výkon naměříme?

Měřicí přístroje považujte za ideální.



Obr. 3

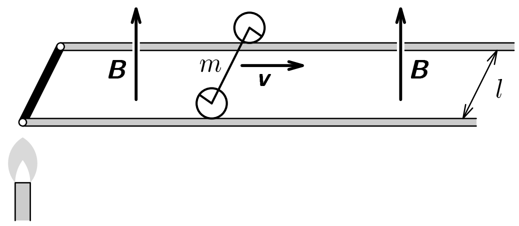
4. Zrcadlo o průměru 8,2 m pro velký zrcadlový dalekohled je vyrobeno z polotovaru získaného zchlazením sklokeramické taveniny umístěné v ploché vaně rotující rovnoměrně okolo svislé osy.

a) Dokažte, že hladina taveniny zaujme tvar rotačního paraboloidu.

b) Určete periodu otáčení, má-li mít paraboloid ohniskovou vzdálenost 14,4 m.

c) Určete objem materiálu, který bychom museli odstranit, kdybychom chtěli stejnou plochu vybrousit z rovné válcové desky.

5. Na obr. je znázorněna aparutura skládající se ze dvou rovnoběžných vodivých kolejnic, jejichž vzájemná vzdálenost je l, na kterých se bez mechanického odporu pohybuje jednoduché soukolí vyrobené z drátu o hmotnosti m. Kolejnice jsou zakončeny spojkou z jiného kovu a jeden spoj je zahříván, takže působí jako termoelektrický zdroj o elektromotorickém napětí U_e. Odpor kolejnic a jejich koncové spojky je zanedbatelný. Celkový odpor obvodu R je dán odporem drátu, ze kterého je vyrobeno soukolí, a přechodovým odporem mezi soukolím a kolejnicemi. Celá aparatura se nachází v homogenním magnetickém poli o indukci $\boldsymbol{B}$ směřující vzhůru.

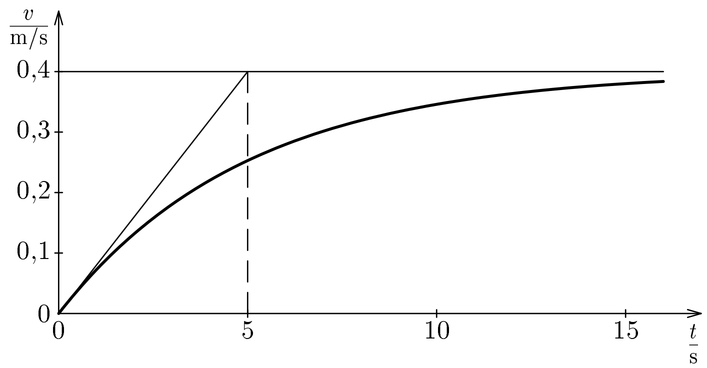


Obr.4

a) Po položení na kolejnice se soukolí začalo pohybovat vpravo a jeho rychlost se měnila podle následujícího grafu. Závislost lze popsat funkcí

$$v = C\left(1 - \mathrm{e}^{-kt}\right) .$$

Určete z grafu konstanty C a k.



b) Jaké napětí U_i se indukuje v soukolí, jaký proud I prochází obvodem a jaké je zrychlení soukolí a, jestliže rychlost soukolí dosáhla hodnoty v?

c) Užitím hodnot C a k určete B a R, je-li dáno $U_\mathrm{e} = 11$ mV, $l = 20$ cm, $m = 2$ g.

d) Určete čas t_1, ve kterém rychlost vozíku dosáhla hodnoty $v_1 = 0{,}30\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Jaký náboj Q_1 do té doby prošel obvodem a jaká energie E_1 byla odebrána ze zdroje?

e) Část energie E_1 se přeměnila na kinetickou energii soukolí. Jaká je účinnost této přeměny. Na jakou energii se přeměnila zbývající část?

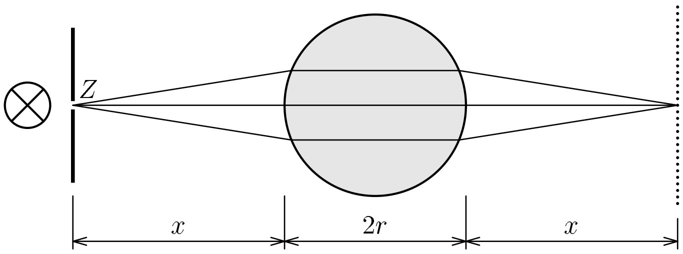
6. *Praktická úloha.* **Měření indexu lomu kapaliny pomocí válcové nádoby**

Pomůcky: větší tenkostěnná válcová nádoba (např. chemická kádinka o objemu 1 litr nebo čirá plastová láhev od limonády), délková měřidla, štěrbinový zdroj světla, stínítko, milimetrový papír, různé kapaliny

Popis měřicích metod:

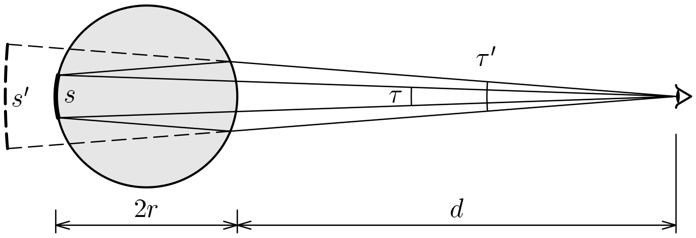
A. Osvětlíme-li svislou tenkostěnnou válcovou nádobu o poloměru r, která je naplněna kapalinou, štěrbinovým zdrojem světla se svislou štěrbinou, můžeme za válcem zachytit na stínítko obraz štěrbiny vytvořený lomem světla na stěnách nádoby. Vzdálenost x štěrbiny od nádoby upravíme tak, aby vzdálenost obrazu od nádoby byla stejná (obr. 5). V takovém případě platí pro index lomu kapaliny v nádobě

$$n = \frac{x + r}{x}\,. \qquad (1)$$

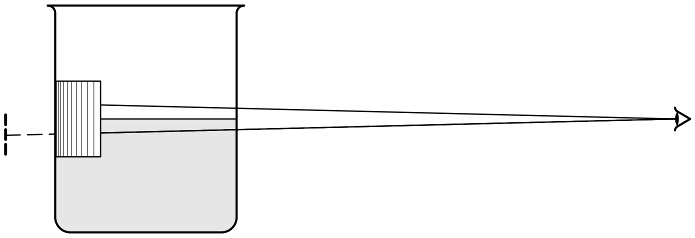


Obr.5

B. Nádobu naplníme jen částečně a na stěnu nádoby připevníme proužek milimetrového papíru tak, aby hladina kapaliny dosahovala do poloviny proužku (obr. 6).



Obr.6



Obr.7

Díváme-li se na nádobu z druhé strany ze vzdálenosti d, vidíme nad hladinou milimetrovou síť ve skutečné velikosti a pod hladinou pozorujeme zdánlivý zvětšený obraz sítě vytvořený lomem světla na válcové ploše. Malý úsek sítě o délce

$s = 1$ cm vidíme nad hladinou pod zorným úhlem τ, jeho obraz s' pod zorným úhlem τ' (obr. 7). Ze vzájemné polohy svislých čar sítě a jejího obrazu odečteme snadno úhlové zvětšení obrazu $\gamma = \tau'/\tau$. Index lomu kapaliny pak můžeme vypočítat ze vztahu

$$n = \frac{2(d+r)\gamma}{2r + d + \gamma d}\,. \qquad (2)$$

Například pro $d = 8r$ platí

$$n = \frac{9\gamma}{5 + 4\gamma}\,.$$

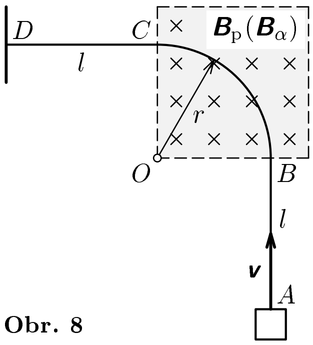
Úkoly:

a) Odvoďte vztahy uvedené v popisu měřicích metod. Vysvětlete, proč se nepočítá s indexem lomu materiálu, ze kterého je vyrobena nádoba.

b) Změřte index lomu vody a dalších kapalin (technického benzinu, denaturovaného lihu apod.) Zhodnoťte přesnost získaných výsledků.

Předpokládejte, že při zobrazení se uplatní především paprsky jdoucí blízko roviny souměrnosti soustavy.

7. V zařízeních, které využívá fyzika vysokých energií, bývá někdy nutné změnit směr toku nabitých částic působením magnetického pole. Trajektorie částic nechť se v konkrétním případě skládá z kruhového oblouku BC o poloměru r a lineárních úseků AB a CD délky $l = 4r/3$ (obr. 8). Homogenní magnetické pole má magnetickou indukci $\boldsymbol{B}$ kolmou k nákresně a je omezeno na prostor, jehož půdorys je vymezen vyznačeným čtvercem. Částice mají rychlost $\boldsymbol{v}$.



Obr. 8

a) Částicemi nechť jsou nejprve protony, přičemž jejich rozložení na trajektorii je rovnoměrné s délkovou hustotou náboje τ.

1. Určete velikost indukce $\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}}$, aby došlo k požadovanému zakřivení trajektorie.
2. Určete směr a velikost indukce magnetického pole $\boldsymbol{B}_{0\mathrm{p}}$, kterou vyvolá ve středu křivosti O tok protonů na trajektorii $ABCD$ a porovnejte ji s $\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}}$.
3. Relativistickým výpočtem určete kinetickou energii E_{p} všech protonů, které jsou v určitém okamžiku na trajektorii mezi body A, D.

b) Částicemi nechť jsou nyní částice α, jejichž celkový počet na trajektorii AD je stejný jako počet protonů. Analogicky určete

1. potřebnou indukci $\boldsymbol{B}_{\alpha}$,
2. indukci $\boldsymbol{B}_{0\alpha}$ v bodě O,
3. celkovou kinetickou energii všech částic α mezi body A, D.

Řešte obecně a pro $r = 500$ mm, $v = 1{,}0 \cdot 10^{8}$ m·s^{-1} $\tau = 2{,}0 \cdot 10^{-11}$ C·m^{-1}. Potřebné konstanty najdete ve studijním textu.