Úlohy 1. kola 41. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

1. Vlak začne před zastávkou brzdit a na dráze $s_1 = 240$ m rovnoměrně zpomaleným pohybem zastaví za dobu $t_1 = 24$ s. Na zastávce čeká po dobu $t' = 30$ s a poté se rovnoměrně zrychleně rozjíždí tak, že za dobu $t_2 = 16$ s získá stejnou rychlost jako před brzděním.

a) Určete počáteční rychlost v_0 vlaku.

b) Určete zrychlení a_2 vlaku při rozjíždění.

c) Určete okamžitou rychlost vlaku v' ve vzdálenosti $\Delta s = 50$ m před místem zastavení.

d) Pro dané hodnoty veličin sestrojte grafy závislostí rychlosti a dráhy na čase.

e) Z grafu závislosti rychlosti na čase určete dráhový náskok, který by vlak získal, kdyby zastávkou projel bez zastavení stálou rychlostí v_0.

Řešte obecně, pak pro dané číselné hodnoty.

2. Řidič automobilu chtěl ujet určitou vzdálenost průměrnou rychlostí $v_\mathrm{p} = 60\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$. Na první polovině trasy však byla hustá mlha.

a) Řidič byl nucen jet v mlze stálou rychlostí $v_1 = 30\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$. Jakou rychlostí v_2 musí projet druhou polovinu trasy, aby splnil předpokládanou průměrnou rychlost v_p?

b) Řešte úlohu a) pro $v_1 = 40\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$.

c) Jakou minimální rychlostí v_1' musí projet mlhou, nemá-li na druhé polovině trasy překročit maximální povolenou rychlost na silnici $v_2' = 90\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ při dosažení průměrné rychlosti v_p?

d) Určete, jak se změní doba jízdy vzhledem k původnímu záměru řidiče, jestliže se v mlze pohyboval stálou rychlostí $v_1 = 30\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ a druhou polovinu trati projel stálou rychlostí $v_2' = 90\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$.

e) Určete skutečnou průměrnou rychlost v_p' v případě d).

Úlohy b) až e) řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty.

3. Po přímých vodorovných kolejích se pohybuje vagón o hmotnosti $m_0 = 40$ t stálou rychlostí $v_0 = 2{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a blíží se ke stojící lokomotivě o hmotnosti $m_1 = 60$ t. V okamžiku, kdy se vagón přiblíží na vzdálenost $s_0 = 5{,}0$ m, začne se lokomotiva ve stejném směru rovnoměrně zrychleným pohybem rozjíždět.

a) Jaké musí být minimální zrychlení a_min lokomotivy, aby nedošlo ke srážce?

Lokomotiva se začala rozjíždět se stálým zrychlením $a = 0{,}30\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ ($a < a_\mathrm{min}$). Po nárazu se vagón s lokomotivou automaticky spojil a celá souprava pokračovala v jízdě. Síla vyvinutá lokomotivou se během celého jejího pohybu neměnila.

b) Určete čas t_1, ve kterém vagón lokomotivu dožene.
c) Určete rychlost v_1 lokomotivy bezprostředně před srážkou.
d) Určete rychlost u soupravy bezprostředně po srážce.
e) Určete rychlost u_1 soupravy v čase $3t_1$.
f) Sestrojte do jednoho obrázku grafy závislostí rychlosti lokomotivy a rychlosti vagónu na čase na časovém intervalu $\langle 0; 3t_1 \rangle$.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Čas t_1 v obecném řešení úloh d), e) nedosazujte.

4. Sedačka řetízkového kolotoče je zavěšena ve vzdálenosti r od osy otáčení, závěs má délku l. Na sedačce sedí chlapec o hmotnosti m. Při rovnoměrném otáčivém pohybu kolotoče je závěs sedačky odchýlen od svislého směru o úhel α.

a) Určete sílu, kterou působí chlapec na sedačku.
b) Určete dostředivé zrychlení chlapce.
c) Určete velikost obvodové rychlosti chlapce.
d) Určete periodu otáčení kolotoče.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $r = 3{,}2$ m, $l = 3{,}8$ m, $\alpha = 35°$, $m = 50$ kg, $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

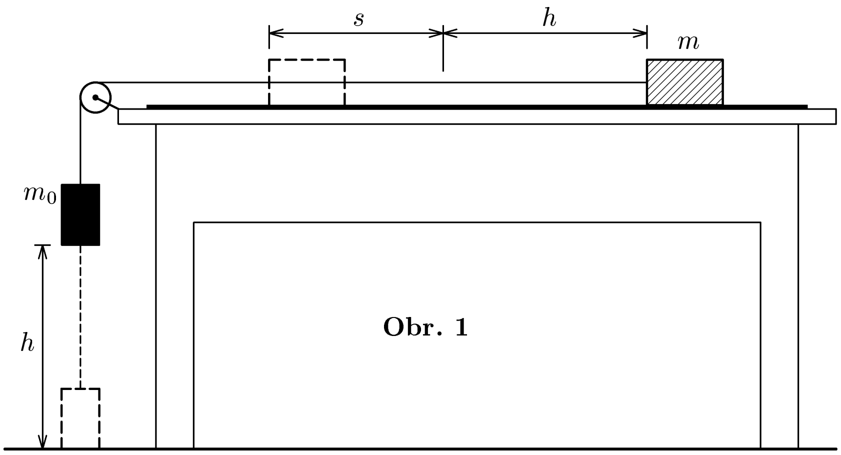
5. Míček vrhneme z bodu na vodorovné rovině šikmo vzhůru rychlostí o velikosti $v_0 = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, jednou pod úhlem $\alpha_1 = 30°$, podruhé pod úhlem $\alpha_2 = 60°$. Odpor vzduchu zanedbejte, $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

a) Do jakých vzdáleností d_1, d_2 míček dopadne?
b) Do jakých největších výšek h_1, h_2 se míček dostane?
c) Z jakých výšek h_{01}, h_{02} je nutno vrhnout míček stejně velkou rychlostí vodorovným směrem, aby dopadl do vzdáleností d_1, d_2?
d) Určete doby letu míčku ve všech uvedených případech.
e) Sestrojte do jednoho obrázku všechny trajektorie míčku.

6. *Praktická úloha:* **Měření součinitele smykového tření**

Teorie: Přes kladku upevněnou na okraji stolu je vodorovně vedeno vlákno přivázané na kvádr o hmotnosti m položený na vodorovné podložce a přidržovaný rukou. Na druhém konci vlákna je zavěšeno závaží o hmotnosti m_0 ve výšce h nad podlahou (obr. 1). Kvádr uvolníme a soustava se uvede do pohybu. Po nárazu závaží na podlahu se kvádr ještě nějakou dobu pohybuje setrvačností a urazí dráhu s. Můžeme-li zanedbat hmotnost kladky a její tření, je součinitel f smykového tření mezi kvádrem a podložkou určen vztahem

$$f = \frac{m_0 h}{(m + m_0)s + mh}\,. \tag{1}$$



Obr. 1

Úkoly:

a) Odvoďte vzorec (1).

b) Sestavte soustavu podle předchozího popisu.

c) Měření proveďte pro 4 různé kombinace hodnot m, m_0, h. Pro každou kombinaci proveďte vždy 3 měření dráhy s a z nich vypočtěte aritmetický průměr. Výsledky měření zapište do tabulky:

Druh povrchu:							
$\frac{m}{\text{g}}$	$\frac{m_0}{\text{g}}$	$\frac{h}{\text{cm}}$	$\frac{s_1}{\text{cm}}$	$\frac{s_2}{\text{cm}}$	$\frac{s_3}{\text{cm}}$	$\frac{s}{\text{cm}}$	f
						Průměr	

Celé měření opakujte pro jiný povrch.

d) Součinitel smykového tření vypočtěte také z třecí síly změřené siloměrem při vlečení kvádru rovnoměrným pohybem. Výsledky získané oběma metodami porovnejte.

7. Jednostupňová raketa má hmotnost m_0, palivo má také hmotnost m_0. Výtoková rychlost plynů vzhledem k raketě je w. Určete rychlost v, kterou raketa dosáhne v beztížném prostoru z klidu po vyhoření veškerého paliva. Úlohu řešte postupně:

a) Určete konečnou rychlost v_1 rakety, jestliže veškeré plyny o hmotnosti m_0 jsou vrženy najednou rychlostí w vzhledem k raketě.

b) Určete konečnou rychlost v_2 rakety, jestliže se najednou odvrhnou plyny o hmotnosti $\frac{1}{2}m_0$ a poté najednou plyny o zbývající hmotnosti $\frac{1}{2}m_0$, vždy rychlostí w vzhledem k raketě.

c) Určete konečnou rychlost v_3 rakety, jestliže se ve 3 fázích postupně odvrhnou plyny o hmotnosti $\frac{1}{3}m_0$ vždy stejnou rychlostí w vzhledem k raketě.

d) Určete konečnou rychlost v_n rakety, jestliže se v n fázích odvrhnou postupně plyny o hmotnosti m_0/n vždy stejnou rychlostí w vzhledem k raketě. Číslo $n > 5$ si zvolte. Čím větší je číslo n, tím se výsledek bude více blížit skutečné rychlosti v podle zadání. K řešení můžete použít počítač, není to však podmínkou.

e) Úlohu d) řešte pro hmotnost paliva $6m_0$.

Úlohy řešte obecně, pak pro hodnotu $w = 3{,}00 \cdot 10^3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, se kterou pracují první stupně raket vynášejících tělesa do kosmického prostoru.

f) Formulujte závěr, který ze získaných výsledků vyplývá pro hmotnost paliva a hmotnost rakety, kterou máme dostat na oběžnou dráhu kolem Země.

V druhém kole lze očekávat úlohy z témat: Kinematika
Dynamika
Mechanická práce a energie
Pohyby v gravitačním poli
Téma studijního textu