Úlohy 1. kola 41. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

1. Míč byl vržen svisle vzhůru z počáteční výšky h_0 v místnosti, jejíž výška je h. Po odrazu od stropu a od podlahy vystoupil právě do místa, z něhož byl vržen. Relativní změna kinetické energie

$$k = \frac{E_\mathrm{k} - E'_\mathrm{k}}{E_\mathrm{k}}$$

(E_k je kinetická energie míče těsně před odrazem, E'_k je kinetická energie míče těsně po odrazu) má pro odraz od stropu hodnotu k_s a pro odraz od podlahy hodnotu k_p. Určete velikost v_0 počáteční rychlosti míče.

Řešte obecně, potom pro hodnoty:

$$h = 3{,}5\ \mathrm{m},\ k_\mathrm{s} = 0{,}40,\ k_\mathrm{p} = 0{,}30,\ h_0 = 2{,}5\ \mathrm{m},\ g = 9{,}8\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}.$$

Odpor prostředí neuvažujte, míč považujte za hmotný bod.

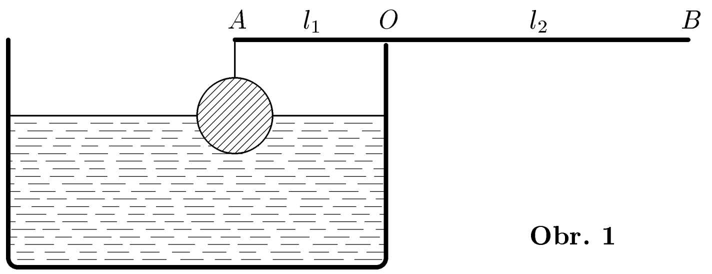
2. Těleso malých rozměrů o hmotnosti m je zavěšeno na vlákně délky d upevněném na tuhé vodorovné tyči zanedbatelného průměru.

a) Těleso je v rovnovážné poloze stálé. Jak velkou rychlost $\boldsymbol{v}_0$ ve vodorovném směru mu musíme udělit, aby vylétlo do výšky d nad tyč a aby v nejvyšším bodě kruhové trajektorie tělesa byla síla napínající vlákno nulová?

b) Jakou silou $\boldsymbol{F}_\mathrm{t}$ je v tomto případě napínáno vlákno při opětném průchodu tělesa stálou rovnovážnou polohou?

Odpor vzduchu, hmotnost a prodloužení vlákna neuvažujeme. Řešte obecně, potom pro hodnoty: $d = 0{,}20\ \mathrm{m},\ m = 0{,}50\ \mathrm{kg},\ g = 9{,}8\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

3. Na homogenní tenké tyči AB o hmotnosti m je zavěšena stejnorodá koule o poloměru R a hustotě ϱ_1. Tyč je podepřena v bodě O na okraji válcové nádoby o velkém průměru s kapalinou o hustotě ϱ_2. Bod O rozděluje tyč na dvě části o délkách l_1 a l_2. Hmotnost vlákna je zanedbatelná. Soustava je v rovnováze, je-li tyč vodorovná a je-li koule ponořená do kapaliny polovinou svého objemu (obr. 1).



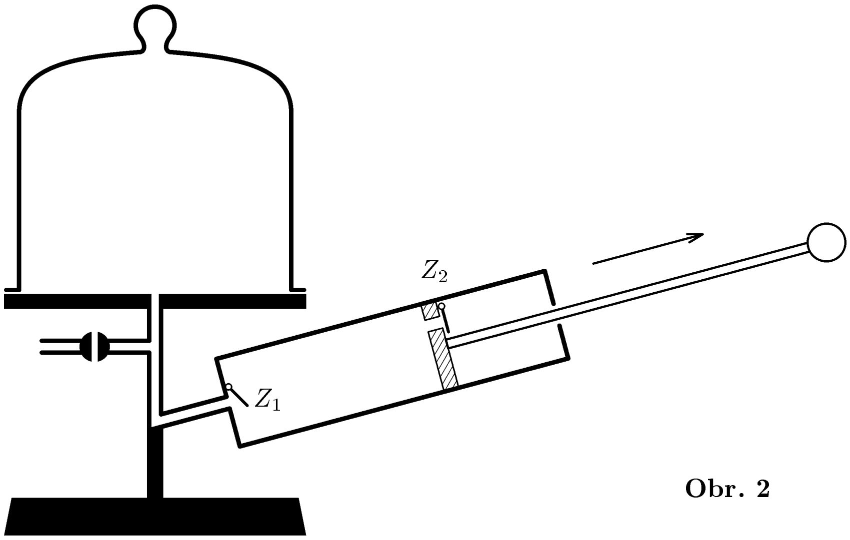
Obr. 1

a) Určete podíl l_2/l_1.

b) Proveďte diskusi vztahu pro podíl l_2/l_1 vzhledem k parametrům ϱ_1 a ϱ_2.

c) Řešte úlohu pro hliníkovou kuličku o poloměru $R = 1{,}00$ cm a vodu, je-li hmotnost tyče $m = 32$ g. Rozhodněte, který z případů diskutovaných v úloze b) v tomto případě platí.

4. Při méně náročných pokusech s vakuem postačí pro vyčerpání prostoru pod recipientem jednoduchá pístová vývěva, jejíž schéma je na obr. 2. Evakuovaný prostor má objem $V_0 = 5{,}0\ \mathrm{dm}^3$, pracovní válec vývěvy má objem $V_1 = 0{,}30\ \mathrm{dm}^3$. Čerpání probíhá od atmosférického tlaku $p_0 = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa při teplotě laboratoře $t = 20\ ^\circ\mathrm{C}$. Molární hmotnost vzduchu $M_\mathrm{m} = 29\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$. Předpokládejme, že zdvih pístu probíhá dostatečně pomalu a záklopka Z_1 klade vzduchu jen nepatrný odpor, takže tlak v pracovním válci se stačí během zdvihu vyrovnávat s tlakem pod recipientem. Netěsnosti aparatury a škodlivý prostor, který vznikne mezi záklopkami v dolní poloze pístu, zanedbáváme. Po posledním zdvihu se teplota aparatury brzy vyrovná s teplotou laboratoře.



Obr. 2

a) Vypočítejte, jak se změní hustota vzduchu pod recipientem po prvních deseti zdvizích pístu a jaký tlak bude pod recipientem po vyrovnání teploty s okolím.

b) Po kolika zdvizích pístu klesne tlak vzduchu v evakuovaném prostoru na jednu setinu původního tlaku?

5. Setrvačník tvaru kotouče o hmotnosti m a poloměru r roztočený na frekvenci otáčení f byl ponechán sám sobě a zastavil se působením třecí síly. Určete moment třecí síly, jestliže se setrvačník zastaví

a) za dobu Δt,

b) po vykonání n otáček od okamžiku, kdy se příkon setrvačníku stal nulovým.

Řešte obecně, potom pro hodnoty:

$$m = 50\ \text{kg},\ r = 0{,}20\ \text{m},\ f = 8{,}0\ \text{Hz},\ \Delta t = 50\ \text{s},\ n = 250\ \text{otáček}.$$

6. *Praktická úloha:* **Určení výsledné tuhosti dvou pružin spojených paralelně a sériově**

Pomůcky: 2 pružiny o stejné délce a různé tuhosti, několik větších závaží s háčky, váhy a sádka závaží, stopky.

Teorie: Mechanický oscilátor tvořený pružinou o tuhosti k a hmotnosti m_0, na které je zavěšeno těleso o hmotnosti m, kmitá s periodou

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \frac{m_0}{3}}{k}}\,.$$

Úkoly:

a) Užitím vztahu pro dobu kmitu tělesa zavěšeného na pružině určete experimentálně tuhosti obou pružin.

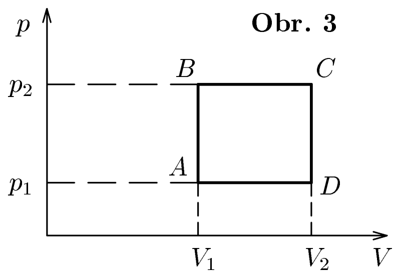
b) Určete teoreticky výslednou tuhost obou pružin, jsou-li spojeny: a) sériově, b) paralelně.

c) Užitím vztahu pro dobu kmitu tělesa zavěšeného na pružině ověřte experimentálně výsledek výpočtu.

7. V ideálním plynu s dvouatomovými molekulami probíhá kruhový děj složený ze dvou izobarických a dvou izochorických dějů (obr. 3). Počáteční tlak plynu je p_1, počáteční objem plynu je V_1. Největší a nejmenší objem jsou v poměru

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2}.$$

Nejnižší teplota plynu při ději je $T_{\min}$, nejvyšší teplota $T_{\max}$.



Obr. 3

a) Určete, ve kterých stavech plynu je teplota nejvyšší a nejnižší a vypočtěte objem, tlak a teplotu pro stavy plynu určené body A, B, C a D v obrázku.

S použitím získaných výsledků znázorněte znovu a přesněji cyklus $ABCD$ v soustavě souřadnic p, V.

b) Znázorněte cyklus $ABCD$ v soustavách souřadnic p, T a V, T.

c) Vypočtěte práci vykonanou při kruhovém ději.

d) Stanovte termodynamickou účinnost stroje, v němž děj probíhá.

e) Ukažte, že termodynamická účinnost stroje vypočtená v části d) je menší než termodynamická účinnost Carnotova cyklu s teplotou ohřívače $T_{\max}$ a teplotou chladiče $T_{\min}$.

Řešte obecně, části c), d) a e) pro hodnoty

$$T_{\min} = 300\ \mathrm{K},\ T_{\max} = 600\ \mathrm{K},\ V_1 = 2{,}0\ \mathrm{dm}^3,\ p_1 = 1,00 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}.$$

Molární tepelná kapacita plynu s dvouatomovými molekulami je při stálém objemu $C_V = \dfrac{5R_\mathrm{m}}{2}$, při stálém tlaku $C_p = \dfrac{7R_\mathrm{m}}{2}$.