Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky

Teoretické úlohy celostátního kola 41. ročníku FO

1. Cyklista jel na horském kole bez blatníků po mokré vodorovné vozovce. Jakou rychlostí se pohyboval, jestliže poloměr pneumatik je R a kapky odstřikovaly od pneumatik maximálně do výšky $h_{\max} > 2R$ nad vozovku? Odpor vzduchu zanedbáváme.

Řešte obecně a pro hodnoty $R = 35$ cm, $h_{\max} = 2{,}0$ m, $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

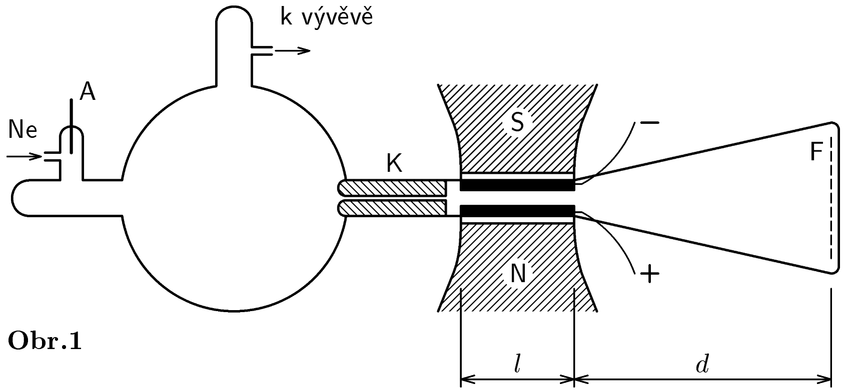
2. Na obr. 1 a 2 je znázorněn hmotnostní spektrograf, pomocí kterého r. 1912 objevil J. J. Thomson izotop $^{22}_{10}\mathrm{Ne}$.

Ionty Ne^+, které vznikají ve výbojové baňce, jsou urychleny elektrickým polem mezi anodou a katodou, prolétají úzkým kanálkem v katodě jako tzv. *kanálové paprsky* mezi pólové nástavce silného elektromagnetu. Konce pólových nástavců jsou odizolovány a slouží současně jako vychylovací destičky délky l připojené ke zdroji stejnosměrného napětí.

Mezi nástavci tedy na ionty působí současně magnetické pole elektromagnetu o indukci $\boldsymbol{B}$ a elektrické pole vychylovacích destiček o intenzitě $\boldsymbol{E}$. Vektory $\boldsymbol{B}$ a $\boldsymbol{E}$ jsou rovnoběžné — oba směřují vzhůru. Ve vzdálenosti d od vychylovacích destiček je umístěna kolmo k ose katody fotografická deska, na kterou ionty vychýlené působením obou polí dopadají.

Předpokládejme hodnoty:

$$l = 3{,}0 \text{ cm},\ d = 15 \text{ cm},\ B = 0{,}50 \text{ T},\ E = 1{,}00 \cdot 10^5 \text{ V/m}.$$



Obr.1

a) Do kterých bodů fotografické desky dopadnou ionty $^{20}_{10}\mathrm{Ne}^+$ a $^{22}_{10}\mathrm{Ne}^+$, jestliže oba vylétnou z katody rychlostí $v = 5{,}0 \cdot 10^5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$?

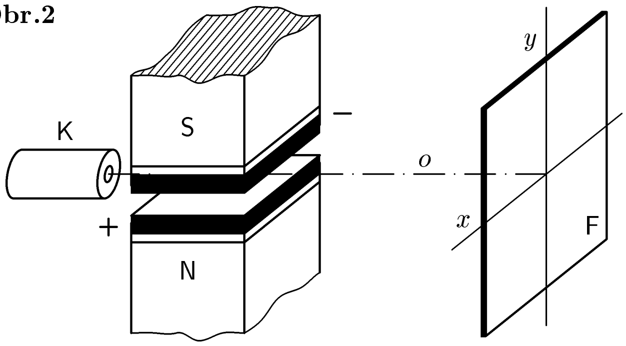
b) Ionty vznikající v různých místech výbojové baňky, jsou nestejně urychleny a vyletují z kanálu katody různými rychlostmi. Na fotografické desce vznikají dvě křivky — jedna vytvořená ionty ${}^{20}_{10}\mathrm{Ne}^{+}$, a druhá ionty ${}^{22}_{10}\mathrm{Ne}^{+}$. Určete jejich rovnice a popište jejich tvar.

Ionty ${}^{20}_{10}\mathrm{Ne}^{+}$ a ${}^{22}_{10}\mathrm{Ne}^{+}$ mají hmotnosti $m_1 \doteq 20{,}0\ \mathrm{m_u}$ a $m_2 \doteq 22{,}0\ \mathrm{m_u}$.

Odchylky iontů jsou malé. Použijte vztahy

$$\alpha \doteq \operatorname{tg}\alpha \doteq \sin\alpha \doteq 2\operatorname{tg}(\alpha/2), \quad \cos\alpha \doteq 1.$$

Obr.2



3. Je dán štíhlý válcový kondenzátor, který sestává ze dvou souosých kovových válcových elektrod zanedbatelné tloušťky, přičemž vnitřní elektroda má poloměr r_1, vnější poloměr r_2 a jejich délka je l. Mezi elektrodami je dielektrikum o permitivitě ε a měrném elektrickém odporu ϱ. Kondenzátor je připojen ke zdroji stejnosměrného napětí U_0.

a) Vypočítejte kapacitu C kondenzátoru; okrajové jevy neuvažujte.

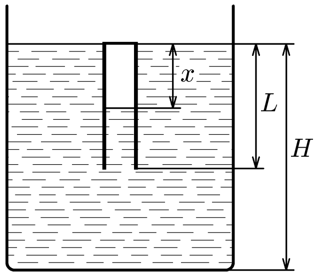
b) Jaký je izolační odpor R_i kondenzátoru a jaký ztrátový proud I_z kondenzátorem prochází?

c) V čase $t = 0$ odpojíme kondenzátor od zdroje napětí. Vypočítejte počáteční náboj kondenzátoru Q_0 a odvoďte funkční vztah $Q = Q(t)$ vyjadřující závislost náboje kondenzátoru na čase. Z něj vypočítejte náboj kondenzátoru v čase t_1 po odpojení zdroje.

Řešte obecně a pro tyto číselné hodnoty veličin: $r_1 = 2{,}0\ \mathrm{mm}$, $r_2 = 6{,}0\ \mathrm{mm}$, $l = 250\ \mathrm{mm}$, $\varepsilon = 4{,}4\cdot 10^{-11}\ \mathrm{F\cdot m^{-1}}$, $\varrho = 6{,}7\cdot 10^{10}\ \Omega\cdot\mathrm{m}$, $U_0 = 1\,200\ \mathrm{V}$, $t_1 = 4{,}0\ \mathrm{s}$.

4. Do velké nádoby s vodou vložíme zkumavku s rovným tenkým dnem obrácenou dnem vzhůru a částečně naplněnou vodou tak, že dno zkumavky je při teplotách okolo 20 °C těsně nad úrovní hladiny. Dno nádoby je v hloubce $H = 350$ mm (obr. 3). Budeme-li pomalu ochlazovat soustavu, začne se zkumavka při dosažení teploty $t_1 = 15$ °C pohybovat směrem ke dnu nádoby.

Obr. 3



Délka zkumavky je $L = 200$ mm, vnější průměr $D = 25{,}0$ mm, vnitřní průměr $d = 23{,}5$ mm, tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, atmosférický tlak $p_\mathrm{a} = 100$ kPa, hustota skla $\varrho_\mathrm{s} = 2{,}60 \cdot 10^3\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, hustota vody $\varrho_\mathrm{v} = 1{,}00 \cdot 10^3\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$. Tloušťku a hmotnost dna považujte za zanedbatelnou.

a) Jaká je výška x vzduchového slupce ve zkumavce v okamžiku, kdy se zkumavka začne pohybovat směrem ke dnu nádoby?

b) Teplota soustavy bude dlouhodobě zvolna kolísat mezi 10 °C a 25 °C. Nakreslete graf závislosti výšky dolního konce zkumavky na teplotě. (Vynořování dna zkumavky nad hladinu je nepatrné a můžeme je v daném rozsahu teplot zanedbat.)

c) Tepelnou izolací soustavy dosáhneme, že teplota bude kolísat jen mezi 16 °C a 18 °C. Jak se změní graf z úkolu b)?