Úlohy 1. kola 40. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

1. Vlak metra může jet maximální rychlostí $v = 72\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ a zrychlovat nebo zpomalovat s maximálním zrychlením $a = 2{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Vzdálenost mezi dvěma sousedními stanicemi je $d = 960$ m.

a) Určete nejkratší možnou dobu $t_{\min}$ jízdy mezi stanicemi. Řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty.

b) Určete nejkratší možnou dobu $t'_{\min}$ jízdy mezi stanicemi, je-li za jinak stejných podmínek z provozních důvodů snížena maximální rychlost na $v' = 54\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$.

c) Určete nejkratší možnou dobu $t''_{\min}$ jízdy mezi stanicemi, jestliže za jinak stejných podmínek bude při rozjíždění a brzdění povoleno maximální zrychlení $a' = 2{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

d) Sestrojte do jednoho obrázku grafy závislosti rychlosti na čase pro všechny 3 pohyby.

e) Pomocí sestrojených grafů určete u každého pohybu dráhu uraženou v čase 10 s.

2. Automobil jedoucí rychlostí o velikosti $v_0 = 54\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ začne po přímočaré trajektorii brzdit se stálým zrychlením o velikosti $a = 0{,}9\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

a) Určete dráhu s_1 uraženou v čase $t_1 = 20$ s po začátku brzdění.

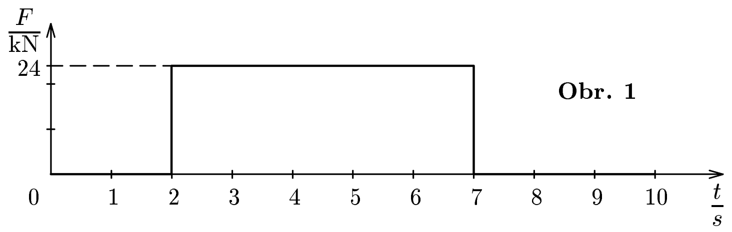
b) Sestrojte na milimetrový papír grafy závislostí rychlosti na čase a dráhy na čase v časovém intervalu od 0 s do 20 s.

c) Určete velikost okamžité rychlosti na konci dráhy $s_2 = 50$ m.

d) Určete průměrnou rychlost v časovém intervalu $t_3 = 5$ s až $t_4 = 12$ s.

e) Určete časový interval velikosti $\Delta t = 4$ s, během něhož urazí automobil během brzdění dráhový úsek $\Delta s = 30$ m.

3. Tramvaj o hmotnosti $m = 20\,000$ kg má na vodorovných kolejích v nulovém čase nulovou počáteční dráhu a nulovou počáteční rychlost. Motor tramvaje působí tahovou silou, jejíž velikost v závislosti na čase udává graf:



Obr. 1

a) Vypočtěte obsah plochy pod grafem a určete jeho fyzikální význam.

b) Sestrojte graf závislosti okamžité rychlosti na čase.

c) Sestrojte graf závislosti uražené dráhy na čase.

d) Sestrojte graf závislosti okamžitého výkonu tramvaje na čase.

e) Sestrojte graf závislosti okamžité síly na dráze. Odporovou sílu zanedbejte.

4. Honza hodil kámen vodorovným směrem z balkónu ve třetím patře budovy ve výšce $h_0 = 10$ m nad vodorovným terénem. Počáteční rychlost kamene měla velikost $v_0 = 12\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$.

a) Jakou rychlostí v_0' musí hodit kámen Jirka z téhož místa, aby kámen dopadl

a1) do dvakrát větší vzdálenosti od domu,

a2) za dvakrát delší dobu,

a3) dvojnásobnou rychlostí?

b) Z jaké výšky h by Jirka musel hodit kámen vodorovným směrem rychlostí o velikosti v_0, aby kámen dopadl

b1) do dvakrát větší vzdálenosti od domu,

b2) za dvakrát delší dobu,

b3) dvojnásobnou rychlostí?

Odpor vzduchu zanedbejte. Tíhové zrychlení je $g = 9,81\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

5. Jeden úsek horské dráhy v zábavním parku má tvar vertikální kružnice o poloměru r (obr. 2). Vozík tento úsek projíždí setrvačností. Uvažujme ideální případ, kdy tření v ložiskách, valivý odpor kol a odpor vzduchu můžeme zanedbat.

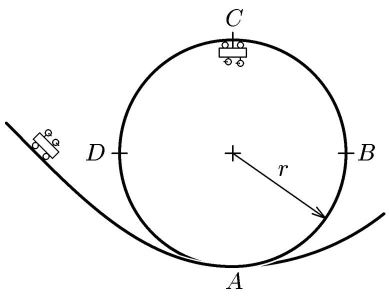
a) Jakou minimální rychlostí se musí pohybovat vozík v bodě C, aby pasažér nevypadl, i když nebude připoután k sedadlu?

b) Jakou rychlost musí mít vozík v bodě A, aby byla splněna pdmínka a)?

c) V kterém bodě kružnicové trajektorie se vozík pohybuje s největším dostředivým zrychlením? Určete velikost a směr tohoto zrychlení.

d) V kterém bodě kružnicové trajektorie se vozík pohybuje s maximálním tečným zrychlením? Určete jeho velikost a směr tohoto zrychlení.

e) Určete velikost a směr celkového zrychlení v bodech B a D.



Obr. 2

Řešte obecně a pro hodnoty: $r = 7$ m, $g = 9{,}8\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Rozměry vozíku zanedbejte.

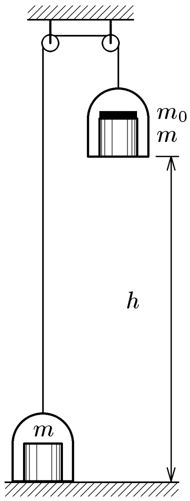
6. *Praktická úloha:* **Studium dynamické soustavy**

Teorie: Dynamickou soustavu tvoří dvojice malých kladek s vláknem, na jehož koncích jsou zavěšena dvě tělesa, každé o hmotnosti m. Po umístění přívažku o hmotnosti m_0 na jedno z těles způsobí stálá tíhová síla tohoto přívažku rovnoměrně zrychlený pohyb soustavy (obr. 3). Pro velikost zrychlení platí při zanedbání hmotnosti kladek:

$$a_1 = \frac{m_0}{2m + m_0} g \,. \qquad (1)$$

Toto zrychlení lze též určit experimentálně ze změřené dráhy h a ze změřené doby pohybu t:

$$a_2 = \frac{2h}{t^2} \,. \qquad (2)$$



Obr. 3

Úkoly:

a) Odvoďte vztahy (1) a (2).

b) Sestavte soustavu podle předchozího popisu. Na konce vlákna připevněte misky, na které budete klást závaží. Dráhu h volte aspoň 1 m, lépe ještě delší.

c) Změřte dráhu h. Měření zrychlení provádějte pro 2 různé hmotnosti m a u každé pro 2 různé hmotnosti m_0 přívažku. U každé sestavy proveďte 6 měření času, polovinu s přívažkem na levé misce, polovinu s přívažkem na pravé misce, a vypočtěte jeho aritmetický průměr. Pomocí vztahů (1) a (2) vypočtěte zrychlení a_1, a_2 a výsledky měření zapište do tabulky:

$g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $h =$ m											
$\frac{m}{\mathrm{g}}$	$\frac{m_0}{\mathrm{g}}$	$\frac{t_1}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_2}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_3}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_4}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_5}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_6}{\mathrm{s}}$	$\frac{t}{\mathrm{s}}$	$\frac{a_1}{\mathrm{m \cdot s^{-2}}}$	$\frac{a_2}{\mathrm{m \cdot s^{-2}}}$	$\frac{a_2}{a_1}$

d) Zhodnoťte výsledek v posledním sloupci tabulky. Které zrychlení více odpovídá skutečnému zrychlení soustavy?

e) Jaký vliv na výsledek měření může mít tření? Jaký vliv na výsledek měření může mít hmotnost kladek? Vysvětlete a dejte do souvislosti s posledním sloupcem tabulky.

f) Provedeme korekci výsledků změřením třecí síly. Na misku při dané hmotnosti m vložte takový přívažek m_0', při kterém se soustava po uvedení do pohybu vnější silou bude pohybovat setrvačností rovnoměrným pohybem. Třecí síla má tedy velikost $F_t = m_0' g$, a vzorec (1) můžeme nahradit vzorcem

$$a_1' = \frac{m_0 - m_0'}{2m + m_0} g\,, \tag{3}$$

který určuje zrychlení soustavy po korekci. Nové výsledky zapište do tabulky:

$\frac{m}{\mathrm{g}}$	$\frac{m_0}{\mathrm{g}}$	$\frac{m_0'}{\mathrm{g}}$	$\frac{a_1'}{\mathrm{m\cdot s^{-2}}}$	$\frac{a_2}{\mathrm{m\cdot s^{-2}}}$	$\frac{a_2}{a_1'}$

g) Porovnejte hodnoty a_2/a_1 a a_2/a_1' a formulujte celkový závěr měření.

7. Na kulečníkovém stole leží dvě koule A, B o stejném poloměru $r = 30$ mm. Dva mantinely, které při hře využijeme, představují dvě souřadnicové osy x a y. Počáteční souřadnice středů koulí v milimetrech jsou $A \equiv [400; 600]$ a $B \equiv [300; 150]$. Koule A má po dvou odrazech od mantinelů zasáhnout kouli B.

a) Kterým směrem musíme kouli A vyslat, aby došlo k centrálnímu rázu? Jak dlouhá bude v tomto případě trajektorie bodu A do místa srážky?

b) O jaký úhel se může počáteční směr koule A odchýlit od směru určeného v úkolu a), má-li se koule B alespoň dotknout?

Obě úlohy řešte graficky i početně. Předpokládejte, že odrazy koule od mantinelů jsou dokonale pružné a tření mezi koulí a mantinelem je zanedbatelné.

V druhém kole lze očekávat úlohy z témat: Kinematika
Dynamika
Mechanická práce a energie
Pohyby v gravitačním poli
Téma studijního textu