## **Úlohy 1. kola 40. ročníku fyzikální olympiády.** *Kategorie B*

**1.** Ve vodorovné rovině je zvolena pravoúhlá souřadnicová soustava $Oxy$. Na ose $x$ je bod $A[a;0]$, ve kterém se nachází puška. Na ose $y$ je bod $B[0;b]$. Z počátku soustavy souřadnic se směrem k bodu $B$ pohybuje těleso stálou rychlostí $v_1$. V okamžiku, kdy těleso prochází bodem $B$, vystřelíme. O jaký úhel je třeba „předsadit" pušku, aby těleso bylo zasaženo? Vzdálenost bodů $A$, $B$ je tak malá, že pohyb střely můžeme považovat za přímočarý s konstantní rychlostí $v_2$. Těleso považujte za hmotný bod. Řešte pro hodnoty $a = 60$ m, $b = 20$ m, $v_1 = 30\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $v_2 = 100\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

**2.** Cyklista, jehož hmotnost i s kolem je 95 kg, sjíždí bez šlapání po dlouhém svahu s klesáním 3,5 m na 100 m dráhy. Za bezvětří dosáhne rychlosti $v_1 = 39$ km/h.

a) Jaké rychlosti $v_2$ by dosáhl, kdyby ve směru jízdy foukal vítr o rychlosti $v_\mathrm{v} = 5{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$?

b) Jaké rychlosti $v_3$ by dosáhl, kdyby stejně silný vítr foukal proti směru jízdy?

c) S jakým výkonem by musel cyklista šlapat za bezvětří, aby při sjíždění po témž svahu dosáhl rychlosti $v_4 = 54$ km/h?

d) Jaké rychlosti $v_5$ dosáhne, bude-li za bezvětří se stejným výkonem šlapat do téhož svahu, po kterém sjížděl v úlohách a) až c)?

Úlohy a, b, c) řešte nejprve obecně a potom pro dané hodnoty. V úloze d) postačí numerické řešení některou přibližnou metodou. Valivý odpor kol považujte za zanedbatelný v porovnání s odporem vzduchu, $g = 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

**3.** Dusík o hmotnosti $m$ má počáteční tlak $p_1$ a teplotu $t_1$. Stlačíme jej na objem $V_2$ A) izotermicky, B) adiabaticky.

a) Určete pro každý děj tlak a teplotu po stlačení.

b) Nakreslete ve vhodném měřítku oba děje do téhož $p$-$V$ diagramu, přičemž každý graf určete alespoň 8 body.

c) Vypočtěte pro oba děje práci spotřebovanou plynem během stlačení.

Řešte obecně a pro hodnoty: $m = 5{,}00$ g, $p_1 = 0{,}100$ MPa, $t_1 = 20\ °\mathrm{C}$, $V_2 = 1{,}00$ l, $\varkappa = 1{,}40$, $A_\mathrm{r}(N) = 14{,}0$, $R_\mathrm{m} = 8{,}314\ \mathrm{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}$.

**4.** a) Ocelová struna piana naladěná na základní tón $a^1$ o frekvenci $f = 440$ Hz má délku 40 cm. Určete normálové napětí struny. Víme, že fázová rychlost příčného vlnění na struně je určena vztahem

$$v = \sqrt{\frac{\sigma}{\varrho}},$$

kde $\sigma$ je normálové napětí struny a $\varrho = 7900\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ je hustota materiálu, ze kterého je struna vyrobena.

b) Struny piana jsou napnuty na masivním litinovém rámu. Přeneseme-li piano ze studeného prostředí do vyhřáté místnosti, dojde k jeho rozladění, protože tenké struny se rychle zahřejí na teplotu místnosti, zatímco rám se bude ohřívat jen zvolna. Jak se změní frekvence základního tónu struny z úlohy a), zvýší-li se její teplota o 10 K a teplota rámu se nezmění? Teplotní součinitel délkové roztažnosti oceli $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$, Youngův modul pružnosti v tahu $E = 2{,}2 \cdot 10^{11}$ Pa.

**5.** Kondenzátor o kapacitě $C_\mathrm{A}$ nabijeme na napětí $U$, pak jej odpojíme od zdroje a připojíme ke spřaženému přepínači, ke kterém je již připojen kondenzátor o kapacitě $C_\mathrm{B}$ (obr. 1).

a) Určete napětí na kondenzátorech po připojení kondenzátoru o kapacitě $C_\mathrm{A}$ k přepínači.

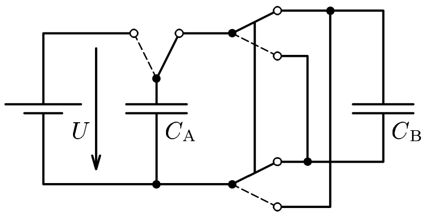
b) Jak velký náboj $Q$ prošel vodiči po připojení kondenzátoru k přepínači?

c) Jak velká energie se přitom přeměnila na vnitřní energii vodičů?

d) Určete napětí $U_1$ na kondenzátorech po jednom přepnutí přepínače.

e) Na jakou hodnotu klesne napětí na kondenzátorech po $n$ přepnutích?

f) Po kolika přepnutích klesne napětí pod hodnotu $U_\mathrm{k}$?




**Obr. 1**

Řešte obecně a pro hodnoty: $C_\mathrm{A} = 200\,\mathrm{nF}$, $C_\mathrm{B} = 300\,\mathrm{nF}$, $U = 30\,\mathrm{V}$, $U_\mathrm{k} = 0{,}1\,\mathrm{V}$.

**6.** *Praktická úloha:* **Elektronický teploměr s diodovým čidlem**

*Teorie:*

Udržujeme-li v křemíkové diodě zapojené v propustném směru malý stálý proud, při kterém se teplota přechodu PN neliší od teploty okolí, je napětí na diodě lineární klesající funkcí teploty, kterou můžeme zapsat ve tvaru

$$u_\mathrm{D} = U_0 - \gamma t\,. \tag{1}$$

Lineární závislost napětí diody na teplotě se využívá v elektronických teploměrech zapojených podle obr. 2. První operační zesilovač pracuje jako zdroj stálého proudu pro diodu. Napětí voltmetru zapojeného na výstup druhého operačního zesilovače je přímo úměrné Celsiově teplotě:

$$u_{\mathrm{o}2} = Bt\,. \tag{2}$$

Toho se dosáhne vhodným seřízením odporů $R_3$ (nastavení nuly) a $R_4$ (nastavení citlivosti $B$).

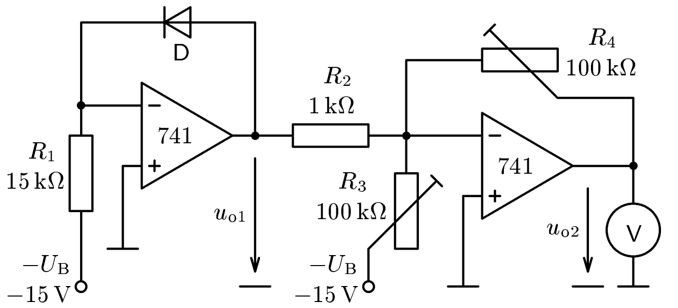
*Úkoly:*

a) V obvodu sestaveném podle obr. 3 udržujte stálý proud 1 mA. Změřte napětí na diodě při teplotě 0 °C (v termosce se směsí ledu a vody) a při teplotě okolo 80 °C (v termosce s horkou vodou). Z naměřených hodnot určete veličiny $U_0$ a $\gamma$ ve vztahu (1).

b) Vysvětlete činnost prvního operačního zesilovače v zapojení podle obr. 2.

c) Vysvětlete činnost druhého operačního zesilovače v zapojení podle obr. 2. Jak musíme nastavit hodnoty odporů $R_3$ a $R_4$ aby platil vztah (2), přičemž $B$ = 0,1 V/K? (Při teplotě 0 °C je $u_{o2} = 0$ V a při teplotě 100 °C je $u_{o2} = 10$ V.)

d) Realizujte zapojení podle obr. 2 a proveďte nastavení odporu $R_3$ při teplotě 0 °C a odporu $R_4$ při teplotě varu vody. Tu určete z barometrického tlaku pomocí MFCh tabulek. Teploměr potom vyzkoušejte porovnáním s jiným přesným teploměrem při teplotách okolo 25 °C, 50 °C a 75 °C. Z naměřených hodnot sestrojte kalibrační křivku znázorňující závislost $u_{o2}$ na teplotě.

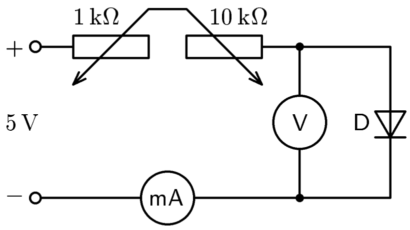



Obr. 2

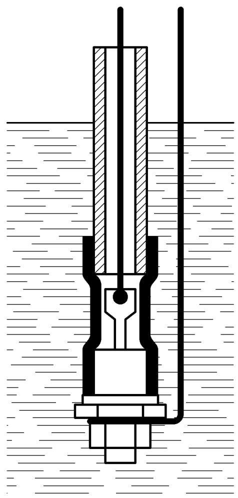
*Poznámky k provedení:*

Podle možností použijeme buď dvojitý operační zesilovač typu 1458 nebo dva samostatné OZ typu 741. Diodu zvolíme ve větším provedení s kovovým pouzdrem (např. KY710 nebo KY701). Odizolování jednoho vývodu diody od lázně lze provést skleněnou trubičku a kouskem průhledné hadičky pro přívod benzinu do karburátoru nebo kouskem silnější pryžové hadičky (obr. 4).

Pro snadnější nastavení odporů $R_3$ a $R_4$ by bylo vhodné použít kombinaci pevného rezistoru a trimru o menším odporu. (Při volbě součástek vycházet z výsledků úlohy c.)




Obr. 3



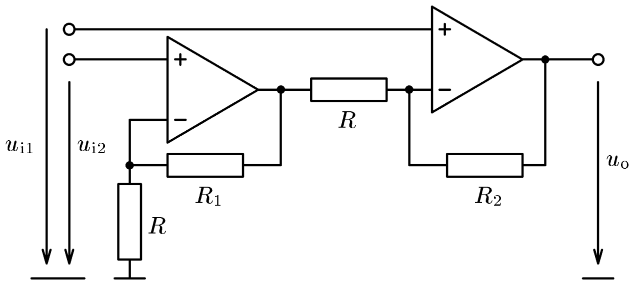
Obr. 4

**7.** Na obr. 5 je schéma rozdílového zesilovače s velkým vstupním odporem, ve kterém jsou použity dva operační zesilovače a dva stejné rezistory o odporu $R$. Určete odpory $R_1$ a $R_2$ zbývajících rezistorů tak, aby platilo

$$u_o = 10\,(u_{i2} - u_{i1})\ .$$

Vstupní diferenciální napětí a vstupní proudy operačních zesilovačů jsou zanedbatelné (viz studijní text).

Řešte obecně a pro $R = 10\ \mathrm{k\Omega}$.




**Obr. 5**