Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky

Teoretické úlohy celostátního kola 40. ročníku FO

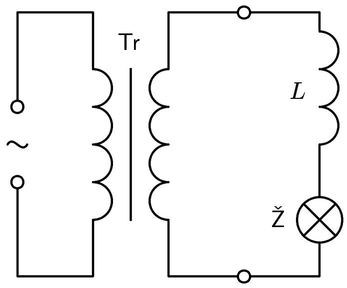
1. K síťovému transformátoru je sériově připojena malá žárovka a cívka — tlumivka (obr. 1a). Indukčnost cívky je zvolena tak, aby na žárovce bylo napětí o efektivní hodnotě $U_{ž} = 12{,}0$ V, při kterém obvodem prochází proud o efektivní hodnotě $I_{ž} = 0{,}100$ A. Připojíme-li k žárovce paralelně kondenzátor o kapacitě $C = 16{,}0\ \mu$F (obr. 1b), napětí na žárovce se nezmění.

a) Jak se změní velikost proudu odebíraného z transformátoru po připojení kondenzátoru?

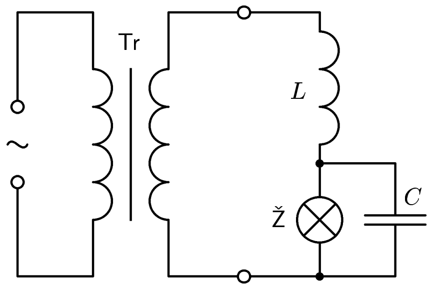
b) Jakou indukčnost má tlumivka?

c) Jaké je svorkové napětí transformátoru?

Síťový transformátor považujte za zdroj harmonického střídavého napětí o frekvenci 50 Hz, jehož vnitřní odpor je zanedbatelný. Cívku považujte za ideální.



Obr. 1a



Obr. 1b

2. Při vrhu koulí je počáteční výška koule h a její počáteční rychlost má velikost v_0.

a) Jaké největší dálky vrhu můžeme dosáhnout? Jaký elevační úhel α musíme zvolit?

b) Jaký bude v tomto případě úhel β dopadu na zem? (Za úhel dopadu považujte odchylku vektoru rychlosti dopadu od vodorovného směru.)

Řešte obecně a pro $h = 2{,}00$ m, $v_0 = 14{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Odpor vzduchu zanedbáváme.

Návod: Největší dálka vrhu je dosažitelná *jediným* elevačním úhlem.

$$\text{Pro}\ \ \alpha \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}\ \ \text{platí}\ \ \cos^2\alpha = \frac{1}{1+\mathrm{tg}^2\,\alpha}\,.$$

3. Rotor lodní turbíny si můžeme pro jednoduchost představit jako homogenní komolý rotační kužel o poloměrech podstav r_1, r_2 a o hmotnosti m, který je uložen v podélné ose lodě. Rotor turbíny vykoná n otáček za minutu, přičemž směr otáčení je takový, že vektor úhlové rychlosti $\boldsymbol{\omega}$ směřuje k přídi lodi (Obr. 2).

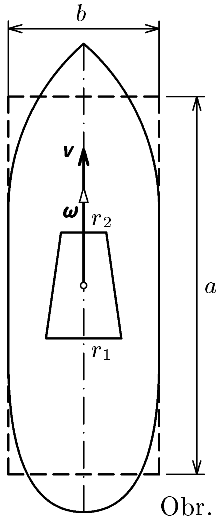
a) Vypočtěte moment setrvačnosti J rotoru vzhledem k jeho rotační ose. Při obecném výpočtu můžete vyjít ze vztahu

$$J_\mathrm{k} = \frac{3}{10} m_\mathrm{k} r^2 ,$$

který platí pro kužel o hmotnosti m_k a poloměru podstavy r.

b) Loď, která se pohybuje rychlostí $\boldsymbol{v}$, začne vykonávat levotočivý otáčecí manévr, při kterém se bude otáčet okolo svislé osy s úhlovou rychlostí $\boldsymbol{\omega}_\mathrm{v}$. Určete gyroskopický moment $\boldsymbol{M}_\mathrm{g}$ — jeho velikost a směr — a popište jeho účinek na loď.

c) Vypočtěte, o jaký úhel α se loď podélně nakloní při manévru popsaném v úloze b). Pro tento výpočet modelujte vodočáru lodi obdélníkem o délce a a šířce b. Předpokládejte, že úhel α bude velmi malý.



Obr. 2

Řešte nejprve obecně a pak pro $r_1 = 400$ mm, $r_2 = 250$ mm, $m = 3400$ kg, $\omega_\mathrm{v} = 0{,}300\ \mathrm{rad{\cdot}s^{-1}}$, $n = 3000\ \mathrm{min^{-1}}$, $a = 25{,}0$ m, $b = 12{,}5$ m.
Hustota vody je $\varrho = 1{,}00 \cdot 10^3\ \mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$.

4. a) Proton je urychlen v elektrostatickém poli mezi dvěma body o potenciálním rozdílu $U = 320{,}0$ kV z počátečního klidového stavu. Vypočtěte velikost v jeho rychlosti užitím klasické teorie.

b) Vypočtěte velikost v' rychlosti protonu užitím relativistické teorie a stanovte relativní chybu, které jste se dopustili v úkolu a) výpočtem podle klasické teorie. Ověřte, že je možné při dalším řešení úlohy počítat kinetickou energii a hybnost částic podle klasické teorie.

c) Proton urychlený podle bodu a) se přibližuje radiálně z velké vzdálenosti (teoreticky z nekonečna) k volné částici α (tj. k jádru helia), která se nachází v klidu v uvažované inerciální vztažné soustavě. Působením elektrického pole protonu se částice α uvede do pohybu. Vypočtěte, do jaké nejmenší vzdálenosti Δ_1 se proton přiblíží k částici α (vzdálenost měříme mezi středy částic) a jaká bude velikost v_1 rychlosti částice α v tomto okamžiku. Děj probíhá ve vakuu.

d) Po dosažení vzdálenosti Δ_1 je proton je částicí α dále brzděn, až se zastaví a začne se vracet zpět. Vypočtěte vzdálenost Δ_2 protonu od částice α v okamžiku, kdy bude jeho rychlost v pozorovací soustavě nulová. Jaká bude v tomto okamžiku velikost v_2 rychlosti částice α? Stanovte rovněž poměry Δ_2/Δ_1 a v_2/v_1.

Obecné řešení úkolů c) a d) vede k výrazům obsahujícím hmotnosti m_p, m_α. Zjednodušte je užitím přibližného vztahu $m_\alpha \doteq 4m_\mathrm{p}$.

Potřebné fyzikální konstanty jsou: $e = 1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ C, $m_\mathrm{p} = 1{,}6726 \cdot 10^{-27}$ kg, $m_\alpha = 6{,}6448 \cdot 10^{-27}$ kg, $\varepsilon_0 = 8{,}8542 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{F \cdot m^{-1}}$, $c = 2{,}9979 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.